

tras el velo de Maya; en tanto que los griegos creían que la verdad se alcanza a través del raciocinio, los indios sostenían que la verdad se revela por medio de la contemplación. Es cierto que la contemplación posee cualidades incuestionables: sin ella no podríamos llegar siquiera a la pura descripción, ni descubrir las ficciones interpretativas de la ciencia moderna; pero un espíritu puramente contemplativo, incluso aunque pueda ver cosas que «se nos han escapado por completo»³¹, difícilmente puede observar de modo sistemático los acontecimientos de todo tipo en el campo de los fenómenos de la Naturaleza; y mucho menos puede tal espíritu pensar en idear y llevar a cabo experimentos. Con la tendencia contemplativa de la élite intelectual, el crecimiento del conocimiento objetivo siguió dependiendo en Oriente exclusivamente de los descubrimientos fortuitos de los artesanos, cuya mente está en general menos cualificada para observar y valorar que la del hombre de ciencia³².

7. *Ciencia teórica: fuente continua de sugerencias experimentales.* Las últimas observaciones plantean una nueva cuestión: si los eruditos orientales se hubiesen atrevido a observar los fenómenos corrientes de la Naturaleza, ¿habría aumentado su conocimiento objetivo tanto como el de Occidente? En otras palabras, ¿es la ciencia teórica no sólo un depósito de conocimiento más adecuado sino también un instrumento más eficiente que el crudo empirismo para extender el conocimiento? Sobre todo esto, escuchamos a menudo dos opiniones contradictorias: que los descubrimientos más revolucionarios se han realizado accidentalmente y que la teoría nos libera de la dependencia de descubrimientos accidentales.

Vista más de cerca, parece, no obstante, que la noción de un conocimiento objetivo enteramente nuevo y completamente divorciado del accidente constituye una contradicción en términos. Pero esto no significa que no haya manera alguna por la que no pueda aumentarse la probabilidad de accidentes «afortunados». Evidentemente, el consejo «no esperes que sucedan los accidentes sino cáusalos a través de la experimentación continua» es excelente, pero al seguirlo estamos seguros de tener que enfrentar-

nos tarde o temprano al problema de decidir qué experimento emprender a continuación. Si dependiésemos totalmente de la imaginación para dotarnos de nuevas sugerencias de experimentación, no seríamos capaces de seguir el consejo, pues la imaginación es caprichosa y con frecuencia no da fruto alguno durante largos períodos de tiempo. ¿Existe alguna solución?

Hay que observar que, aunque el trabajo de la imaginación es indispensable en el proceso de descubrimiento lógico, no sucede siempre así. En todas sus formas, la Lógica tiene ciertas reglas automáticas que pueden mantener al proceso en movimiento durante largos tramos sin ayuda externa alguna. Como se ha dicho, las más de las veces el tipo de pluma presenta una inteligencia mayor que la del escritor. Además, el camino del análisis lógico se ramifica siempre en tantas direcciones que es muy improbable que todos los procesos de raciocinio se atasquen simultáneamente como consecuencia de haber alcanzado la etapa en la que se precisa imaginación para hacerlos marchar de nuevo. En consecuencia, a partir de los fundamentos lógicos de una ciencia pueden derivarse sin interrupción nuevas proposiciones. Una función psicológica de la ciencia teórica es precisamente la continua derivación de *nuevas* proposiciones, esto es, de proposiciones todavía no incluidas en (β). Por consiguiente, los laboratorios nunca están faltos de nuevas ideas que contrastar experimentalmente y, por ejemplo, no sucede ningún eclipse total de sol sin que se produzca un inmenso revuelo experimental. Es evidente así que la segunda ventaja económica de la ciencia teórica consiste en el hecho de que los recursos experimentales están siempre totalmente empleados. Y si de esta forma un científico se mantiene ocupado todo el día, podría incluso encontrar algo que no estaba buscando en absoluto. Un famoso ejemplo de esto es el de A. H. Becquerel, que descubrió la radioactividad mientras investigaba un fenómeno de fluorescencia en el que, equivocadamente, creía.

8. *Ciencia teórica y hábito analítico.* A estas alturas, es importante observar que los mayores progresos en el conocimiento tienen lugar cuando una proposición lógicamente derivada se refuta por un experimento, no cuando se confirma. Hay que plantearse entonces la cuestión pertinente de si el empleo total de recursos experimentales en la contrastación de proposiciones lógicamente derivadas aumenta la probabilidad de un afortunado accidente de ese tipo, es decir, de un descubrimiento real. Es bastante extraño que, a pesar de ir dirigido exclusivamente a probar la superioridad de la ciencia teórica, el dogma de la racionalidad de la realidad no pueda ayudarnos a responder afirmativamente a esa cuestión, porque, si la realidad es racional, cuanto más se acerque la ciencia a ella mayor será la probabilidad de que una proposición lógicamente derivada supere la contrastación experimental. Por otra parte, si afirmamos que los hechos bastan para responder afirmativamente la cuestión, debemos concluir a la fuerza que la realidad es antirracional, no simplemente irracional. El problema es sumamente delicado.

³¹ Véase William Ernest Hocking, «Value of the Comparative Study of Philosophy», en *Philosophy: East and West*, p. 3.

³² Como ya he subrayado, sin la ciencia teórica el depósito de conocimiento con fácil acceso cuenta exclusivamente con la buena memoria, lo que no deja de estar relacionado con la supervivencia de la escritura ideográfica en el Lejano Oriente. Habría que tener igualmente en cuenta que esa supervivencia constituye un tremendo obstáculo intelectual: la escritura ideográfica reduce el número de verdaderos hombres de ciencia y, además, malgasta gran parte de su energía intelectual. En la actualidad, impide la utilización de máquinas de escribir y de linotipias, una pérdida de carácter más general para las colectividades afectadas.

En el caso de China, la supervivencia puede tener cierta justificación: la multiplicidad de dialectos dentro de una cultura por otra parte unitaria. Ahora bien, la supervivencia en Japón de una escritura híbrida que desafía a cualquier norma sistemática constituye un enigma que parece mucho más fascinante en vista del milagroso desarrollo logrado por su economía.

Fueron los eleáticos los que primero propusieron que «la cosa que puede ser pensada y por la cual existe el pensamiento es la misma»³³. El dogma alcanzó su apogeo con la filosofía racionalista del siglo XVIII, cuando, con inmenso orgullo, pudo invocar en su ayuda a la nueva ciencia teórica, la mecánica newtoniana; pero sabemos igualmente bien que con casi todos los grandes descubrimientos de los últimos cien años el racionalismo ha recibido un golpe decisivo.

En efecto, si la realidad es racional, no puede haber contradicción lógica entre cualesquiera dos proposiciones; en concreto, el fundamento lógico de una ciencia debe ser no sólo no redundante —como lo garantiza el algoritmo lógico por el que está construido— sino también no contradictorio. Sin embargo, las contradicciones han aparecido en la física de modo periódico. Entre las más elocuentes están: (1) aunque en la mecánica el movimiento es indiferente a la dirección, el calor se mueve exclusivamente desde el cuerpo más caliente hacia el más frío; (2) el electrón aparece unas veces como partícula localizada y otras como onda que ocupa todo el espacio³⁴. Hasta Einstein, que se negó categóricamente a faltar al dogma racionalista, tuvo que admitir que «por ahora... no disponemos de una base teórica general de la física que pueda considerarse como su fundamento lógico»³⁵. Y, dado que el «por ahora» parecía perpetuarse, Niels Bohr propuso un nuevo dogma epistemológico conocido como Principio de Complementariedad: «Sólo la totalidad de los fenómenos agota la posible información sobre los objetos»³⁶. Por ejemplo, las dos teorías del electrón, la corpuscular y la de la onda —mutuamente contradictorias pero cada una de ellas no contradictoria consigo misma—, deben aceptarse conjuntamente: cuál de ellas se use depende del fenómeno específico observado. O bien, como lo expresó Bridgman de forma más directa, «la única clase posible de teoría es una teoría parcial de aspectos limitados de la totalidad»³⁷.

Conceptos como los anteriores fueron enunciados hace ya mucho tiempo por las doctrinas kantianas de que «el entendimiento no deriva sus leyes (*a priori*) de la Naturaleza, sino que las prescribe a la Naturaleza», con lo que quería decir que somos nosotros quienes dotamos a la Naturaleza

de racionalidad de modo que nuestros pensamientos racionales puedan comprenderla³⁸. No hay que asombrarse por tanto de que cuanto más aprendemos sobre el comportamiento de la Naturaleza tanto más descubrimos lo irracional que es. Como lo observó Louis de Broglie, el milagro consiste en que con todo es posible hasta una compartimentada y limitada concordancia entre los fenómenos de la Naturaleza y la representación mental que tenemos de ellos³⁹. A diferencia de esto, debería esperarse que la racionalidad fuese el auténtico andamiaje de toda ciencia humana, pero aun así —como ya afirmé hace algunos años— el Principio de Complementariedad parece ser aplicable también a la economía: en la mayor parte de los casos, ninguna teoría por sí sola es suficiente para explicar un acontecimiento⁴⁰.

Lo interesante es que incluso aquellos científicos que repudian el dogma racionalista se comportan como muchos ateos: rechazan los evangelios, pero siguen sus enseñanzas. Abstracción hecha de sus creencias metafísicas, todos se esfuerzan así por disponer los hechos en un orden lógico. Los orígenes de este hábito mental, pues se trata de un hábito, se remontan a la época de la primera ciencia teórica, es decir a los primeros *Elementos de Geometría*. La forma en que sucedió nos es familiar si pensamos en la actividad de una ama de casa después de usar por vez primera un aparato que ahorra trabajo: también los hombres de ciencia, tras haber experimentado las ventajas económicas de la ciencia teórica, se niegan a hacer nada sin ella. Al saborear siquiera sea una sola vez el conocimiento en forma teórica, el espíritu humano se ve infectado por un virus incurable que ocasiona un vehementemente irresistible anhelo de orden lógico. Esta es la razón por la que, siempre que se produce una tragedia spenceriana —una teoría destruida por un hecho—, las mentes del mundo científico no descansan hasta que se construye un nuevo fundamento lógico.

Aunque la economía del pensamiento es la razón por la que la mente humana adquiere el hábito analítico, éste tiene a su vez un importante papel económico. Gracias a ese hábito, la experimentación deja de ser un procedimiento rutinario por el que se establece el verdadero valor objetivo de las proposiciones lógicamente derivadas. Al estimular la imaginación del científico en sus experimentos, el hábito analítico es responsable por sí solo de que la experimentación teórica tenga más éxito que la experimentación

³³ De un fragmento de Parménides en Burnet, *Early Greek Philosophy*, p. 176.

³⁴ Para más detalles al respecto, véase, por ejemplo, R. E. Peierls, *The Laws of Nature* (Londres, 1957), pp. 152, 182, 246 y *passim*.

³⁵ Albert Einstein, *Out of My Later Years* (Nueva York, 1950), p. 110; también p. 71. En *The Universe in the Light of Modern Physics* (Nueva York, 1931), p. 94, Max Planck es más categórico: la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica «son incluso antagónicas». Para un relato fascinante de algunas de las *dramatis personae* implicadas en este «conflicto», véase Broglie, *New Perspectives*, pp. 138-155.

³⁶ Niels Bohr, *Atomic Physics and Human Knowledge* (Nueva York, 1958), pp. 40, 90. Véase también Werner Heisenberg, *Physics and Philosophy: The Revolution in Modern Science* (Nueva York, 1958), pp. 162 y s.

³⁷ P. W. Bridgman, *The Nature of Physical Theory* (Princeton, 1936), p. 118.

³⁸ Immanuel Kant, *Prolegomena to Any Future Metaphysics That Will Be Able to Present Itself as a Science* (Manchester, 1953), p. 82.

³⁹ Louis de Broglie, *Physics and Microphysics* (Londres, 1955), pp. 208 y s.

⁴⁰ Véase mi artículo «Economic Theory and Agrarian Economics» (1960), reimpresso en *AE*, pp. 361 y s.; también, H. S. Ferns, *Britain and Argentina in the Nineteenth Century* (Oxford, 1960), p. 436. Ahora bien, dado que el hombre es racional por definición, la complementariedad puede ser en este caso espuria y reflejar exclusivamente la complejidad de las formas en que el hombre puede ser racional, cuestión esta sobre la que volveré en el último capítulo de este libro.

ración a secas. Como lo subrayó Pasteur, en la tarea experimentadora la suerte favorece exclusivamente a las mentes preparadas.

Además, el espíritu analítico crea lo que anhela: el orden lógico. Durante los siglos transcurridos entre Euclides y Newton, fue creando poco a poco parcelas de conocimiento lógicamente ordenado, aumentó de modo gradual el área de cada parcela y, por último, reunió varias de ellas en una sola unidad: la mecánica teórica. Como ya he dicho, cuando se destruye una teoría, la mente analítica se dispone de modo inmediato a reconstruir un nuevo fundamento lógico sobre las cenizas del antiguo. La tarea más importante de esta reconstrucción es la erección de conceptos totalmente nuevos; posteriormente, estos conceptos abren nuevos campos de experimentación, ampliando así aquellos en los que cosechamos nuevo conocimiento objetivo. Gracias al hábito analítico, toda tragedia spenceriana va seguida de una bonanza científica. Por otra parte, como ya nos advirtió Einstein, no debiéramos creer que este hábito se compone solamente de pensamiento lógico puro: requiere sobre todo «intuición, apoyarse en el entendimiento *comprensivo* de la experiencia»⁴¹ y «añade» una consumada fantasía intelectual. La Lógica nos ayuda exclusivamente a presentar el pensamiento ya elaborado, pero no nos ayuda a elaborar pensamientos⁴².

A partir del análisis precedente se concluye que la inmensa diferencia existente entre Oriente y Occidente en lo que atañe al progreso del conocimiento objetivo no constituye evidencia alguna que apoye una realidad racional; si prueba, en cualquier caso, que la ciencia teórica representa con mucho el mecanismo más logrado para conocer la realidad *dada la deficiente estructura de las facultades básicas de la mente humana*.

9. *Ciencia teórica: un organismo vivo*. La tesis más importante desarrollada en este capítulo es que la ciencia teórica es un organismo vivo debido precisamente a que surgió a partir de una estructura amorfa —la ciencia taxonómica— de igual modo que la vida surgió de la materia inerte. Además, al igual que la vida no apareció en todas partes donde había materia, tampoco la ciencia teórica surgió dondequiera que existía ciencia taxonómica: su génesis fue un accidente histórico. La analogía va mucho más allá. Si se recuerda que «ciencia es lo que hacen los científicos», podemos contemplar la ciencia teórica como mecanismo intencionado que se reproduce, crece y se conserva a sí mismo. Se reproduce porque toda proposición «olvidada» puede redescubrirse por el raciocinio a partir del fundamento lógico. Crece porque a partir del mismo fundamento lógico se derivan continuamente nuevas proposiciones, muchas de las cuales demuestran ser objetiva-

mente verdaderas. Conserva también su esencia porque, cuando la contradicción destructiva invade su cuerpo, se pone en marcha de modo automático una serie de factores para desembarazarse del intruso.

En resumen, *anatómicamente*, la ciencia teórica es conocimiento lógicamente ordenado; un mero catálogo de hechos, tal como lo denominamos hoy en día, no es más ciencia de lo que los materiales en un almacén de madera son una casa. *Fisiológicamente*, es una continua secreción de sustancias experimentales contrastadas y orgánicamente integradas en la anatomía de la ciencia; en otras palabras, la ciencia teórica crea continuamente hechos nuevos a partir de los antiguos, pero su crecimiento es orgánico, no de aditamento; su anabolismo es un proceso extraordinariamente complejo que a veces puede llegar a alterar la estructura anatómica; llamamos a este proceso «explicación» incluso cuando proclamamos que «la ciencia no *explica* nada»⁴³. *Teleológicamente*, la ciencia teórica es un organismo a la búsqueda de nuevo conocimiento.

Algunos reivindicaban que el objeto de la ciencia es la predicción. Se trata del punto de vista del hombre práctico, incluso aunque se apruebe por científicos como Benedetto Croce o Frank Knight⁴⁴. Los neomachianos van todavía más lejos. Del mismo modo en que Mach concentró su atención en la economía del pensamiento sin considerar el papel especial del orden lógico, pretenden que el éxito práctico es lo único que importa; el entendimiento es irrelevante. No cabe duda de que, si la ciencia no tuviese ninguna utilidad para el hombre práctico, que actúa en base a predicciones, los científicos estarían ahora jugando su pequeño papel exclusivamente en clubes privados, igual que los entusiastas por el ajedrez. Sin embargo, incluso aunque la predicción sea la piedra de toque del conocimiento científico —«en la práctica, el hombre debe probar la verdad», como dijo Marx⁴⁵—, el objeto de la ciencia en general no es la predicción sino el conocimiento por sí mismo. A partir de la escuela de Pitágoras, la ciencia dejó de servir exclusivamente a las necesidades comerciales y ha seguido yendo siempre por delante de ellas⁴⁶. Al hombre práctico puede hacerse la cuenta arriba imaginar que lo que infunde vida a la ciencia es el encanto del hábito analítico y de la curiosidad ociosa; en ese caso, podría no llegar a darse cuenta nunca de cuál es la fuente de su mayor fortuna. La única cosa que

⁴³ Alfred J. Lotka, *Elements of Physical Biology* (Baltimore, 1925), p. 389.

⁴⁴ Frank H. Knight, *The Ethics of Competition* (Nueva York, 1935), pp. 109 y s.

⁴⁵ F. Engels, *Ludwig Feuerbach and the Outcome of Classical German Philosophy* (Londres, 1947), p. 76.

⁴⁶ Burnet, *Early Greek Philosophy*, p. 99; P. W. Bridgman, *Reflections of a Physicist* (2.ª edición, Nueva York, 1955), pp. 348 y s. Lo que pueda suceder con esta relación en el inmediato futuro es tema de muchas conjeturas, pero la aseveración de F. Engels, en *On Historical Materialism* (Nueva York, 1940), p. 14, de que la ciencia no existió con anterioridad a la sociedad burguesa porque únicamente esta sociedad no podría vivir sin ella tiene poco que ver con la realidad.

⁴¹ Albert Einstein, *Ideas and Opinions* (Nueva York, 1954), p. 226, también p. 271. Las cursivas son mías.

⁴² Jacques Hadamard, *An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field* (Princeton, 1945), ofrece una discusión bien documentada y muy penetrante de este problema.

estimula al auténtico científico es el deleite de añadir unos pocos compases a una sinfonía incompleta o, si cree en el orden ontológico de la Naturaleza, de descubrir otra articulación de ese orden. Su interés por un problema desaparece por completo desde el mismo momento en que lo ha resuelto⁴⁷.

Otros afirman que la ciencia es experimentación. Al menos en lo que a la ciencia teórica se refiere, ese punto de vista confunde el organismo en su conjunto con una de sus funciones fisiológicas. Los que cometen este error proclaman habitualmente que «Bacon es el San Juan Bautista [de la ciencia]»⁴⁸. Naturalmente, culpan también a la filosofía aristotélica del conocimiento, con su énfasis en la Lógica, del marasmo sufrido por la ciencia hasta la época de Francis Bacon. Nunca se han ignorado tanto los hechos. Para empezar, Aristóteles jamás negó la importancia de la experiencia; una cita elocuente bastará: «Si en cualquier tiempo futuro se descubren [nuevos hechos], habrá de prestarse fé antes a la observación que a las teorías, y a las teorías sólo si lo que afirman está de acuerdo con los hechos observados»⁴⁹. Con respecto a la época en que vivió, fue uno de los mayores experimentadores y de los más agudos observadores. Como lo expresó Darwin, Linneo y Cuvier son «meros colegas en comparación con el viejo Aristóteles»⁵⁰. No hay que culpar a sus enseñanzas por lo que el escolasticismo hizo después con ellas. Por último, en la época en que aparecieron las obras de Bacon, la mecánica se estaba moviendo ya con rapidez por las huellas teóricas aristotélicas. Sin el hábito analítico que habían mantenido vivo los *Elementos* de Euclides y las obras de Aristóteles, tanto Kepler, Galileo y Newton como los grandes hombres de ciencia que vinieron después hubieran tenido que unirse a los chinos e indios en su observación contemplativa y casual de la Naturaleza⁵¹. En la medida en que podemos dar vueltas a la historia con el pensamiento, tenemos que admitir que sin el amor de los griegos por el entendimiento⁵² nuestro conocimiento no habría alcanzado con mucho su actual nivel, ni la civilización moderna sería lo que actualmente es. Para bien o para mal, todavía no hemos descubierto un solo problema del entendimiento que no hubiesen formulado los filósofos griegos.

⁴⁷ Hadamard, *Psychology of Invention*, p. 60; H. Poincaré, *The Foundations of Science* (Lancaster, Pa., 1946), pp. 366 y s.

⁴⁸ J. S. Huxley, «Science, Natural and Social», *Scientific Monthly*, L (1940), 5.

⁴⁹ *De Generatione Animalium*, 760^b 30-33. También *Metaphysics*, 981^a.

⁵⁰ Véase Ross, *Aristotle*, pp. 112-114.

⁵¹ Véase Alfred North Whitehead, *Process and Reality: An Essay in Cosmology* (Nueva York, 1929), p. 7.

⁵² Véase Platón, *Republic*, V. 435-436. También W. T. Stace, *A Critical History of Greek Philosophy* (Londres, 1934), pp. 17 y s.; Cyril Bailey, *The Greek Atomists and Epicurus* (Oxford, 1928), p. 5.

CAPÍTULO II

CIENCIA, ARITMOMORFISMO Y DIALÉCTICA

1. «No hay ciencia sin teoría». Al poseer la ciencia teórica las maravillosas cualidades que se acaban de describir, pueden entenderse fácilmente las optimistas esperanzas que hizo concebir el éxito logrado por Newton al transformar la mecánica en una ciencia semejante. Al fin, unos dos mil años después de los *Elementos* de Euclides, los *Principia Mathematica* de Newton demostraron que la ciencia teórica puede crecer igualmente bien en campos distintos de la geometría. Ahora bien, las esperanzas optimistas son sólo eso, esperanzas optimistas: las opiniones sobre esta materia, en especial las de aquellos más fascinados por los poderes de la Lógica, se convirtieron en víctimas de la confusión existente entre «algunos campos» y «todos los campos». Al final, casi todo el mundo interpretó la evidencia existente como prueba de que el conocimiento en todos los campos podía incluirse en un molde teórico. Especialmente tras el asombroso descubrimiento del planeta Neptuno «en el extremo de la pluma de Leverrier», se elevaron los ánimos en todas las disciplinas y un científico tras otro anunció su intención de convertirse en el Newton de su propia ciencia. François Magendie aspiraba incluso a colocar la fisiología «sobre la misma segura base» que la mecánica¹. «De este modo, la confusión de lenguas» —como se lamentó un economista— «se propagó de una ciencia a otra»².

En conjunto, la disposición de los científicos no ha cambiado mucho. Es cierto que la postura consistente en que la mecánica constituye la única vía que conduce al conocimiento divino —como lo expresó Laplace en su magnífica apoteosis³— ha sido oficialmente abandonada por casi todas las ciencias específicas. Curiosamente, esta situación no se debió al reconocimiento de los fallos derivados de la adopción de tal postura fuera del cam-

¹ J. M. D. Olmsted y E. H. Olmsted, *Claude Bernard and the Experimental Method in Medicine* (Nueva York, 1952), p. 23.

² S. Bauer, citado en J. S. Gamba, *Beyond Supply and Demand* (Nueva York, 1946), p. 29n. La traducción es mía.

³ P. S. Laplace, *A Philosophical Essay on Probabilities* (Nueva York, 1902), p. 4.

po de la física, sino que se vio provocada por el hecho de que la propia física había tenido que rechazarla⁴. En lugar de «todas las ciencias deben imitar a la mecánica», el grito de guerra del ejército científico es ahora «no hay ciencia sin teoría». Sin embargo, el cambio es bastante superficial, pues por «teoría» entienden por regla general un archivo lógico del conocimiento como se da exclusivamente en la geometría y en la mecánica⁵.

Ninguna otra ciencia sino la economía ilustra mejor el impacto que tuvo en su evolución el entusiasmo por la epistemología mecanicista. ¿Existe la transformación de la economía en una «ciencia físico-matemática» una medida de la utilidad que se nos escapa? «*Eh bien!*» —exclamó Walras en su forma característica— «esa dificultad no es insuperable. Supongamos que tal medida existe y que somos capaces de dar un valor exacto y matemático» de la influencia de la utilidad sobre los precios, etc.⁶. Por desgracia, esa actitud acrítica ha venido constituyendo siempre desde entonces el rasgo distintivo de la economía matemática. En vista de que la ciencia teórica es un organismo vivo, no sería exagerado decir que esa actitud equivale a diseñar una piscifactoría en un arriate húmedo.

Jevons mostró cierta preocupación por si el nuevo entorno —el campo económico— contenía los elementos básicos necesarios para que creciese y perviviese el organismo teórico. Así, antes de declarar su intención de reconstruir la economía como «la mecánica de la utilidad y del egoísmo», se esforzó en señalar que en el campo de los fenómenos económicos hay mucha «niebla» cuantitativa en «las contabilidades privadas, en los grandes libros mayores de comerciantes, banqueros y oficinas públicas, en las relaciones de accionistas, en las listas de precios, en los ingresos bancarios, en las informaciones monetarias, en los ingresos de Aduanas y en otros ingresos del gobierno». Pero, al igual que otros tras él, Jevons no consiguió explicar cómo podían sustituirse los datos habituales por las variables de sus ecuaciones mecánicas. Al expresar simplemente la esperanza de que las estadísticas llegasen a ser «más completas y precisas... de modo que las fórmulas estén dotadas de un significado exacto»⁸, Jevons estableció un modelo muy imitado para eludir el problema.

Evidentemente, después de haberse descubierto que la ciencia teórica puede funcionar de forma adecuada en otros campos además de en la geometría, los científicos hubiesen sido totalmente negligentes si hubieran fra-

casado en intentar probar «una piscifactoría en un arriate», pues, aunque no suficiente, la prueba es tan absolutamente necesaria para el avance del conocimiento como para la evolución biológica. Esta es la razón por la que no podemos dejar de admirar a hombres como Jevons y Walras o a otros muchos que, incluso dentro de la física, se apresuraron a adoptar nuevos puntos de vista sin contrastar primero sus fundamentos⁹. Sin embargo, nuestra admiración hacia tales proezas extraordinarias no justifica en modo alguno la perseverancia en una dirección que la prueba ha demostrado ser estéril, ni, por otro lado, servimos a los intereses de la ciencia ocultando la imposibilidad de reducir el proceso económico a ecuaciones mecánicas. En este sentido, un indicio significativo es el hecho de que casi todos los historiadores colocan a Carl Menger en un pedestal algo más bajo que a Walras o a Jevons por la sola razón de que fue más conservador al considerar el mismo problema, el fundamento subjetivo del valor¹⁰. Además, a pesar de que ninguna economía, ni siquiera la de Robinson Crusoe, ha sido descrita por un sistema walrasiano hasta el punto en que un sistema lagrangiano de ecuaciones mecánicas ha descrito el sistema solar, hay voces que pretenden que la ciencia económica «ha pasado ya su revolución newtoniana»: únicamente las restantes ciencias sociales siguen esperando su Galileo o su Pasteur¹¹. La queja expresada por Alfred North Whitehead en el sentido de que «la seguridad de los científicos en sí mismos es la tragedia media de [nuestra] civilización»¹² puede ser desagradable, pero no parece totalmente infundada.

La oposición a la afirmación de Walras y Jevons de que «la economía, si en verdad ha de ser una ciencia debe ser una ciencia matemática»¹³ no ha dejado de ponerse nunca de manifiesto. Ahora bien, en mi opinión, a lo largo de las subsiguientes controversias no se han cruzado las espadas sobre la cuestión crucial, pues creo que lo que necesitan las ciencias sociales, mejor dicho, todas las ciencias, no es tanto un nuevo Galileo o un nuevo Newton como un nuevo Aristóteles que establezca nuevas normas para tratar aquellas nociones a las que no puede enfrentarse la Lógica.

No se trata de una visión extravagante, porque, por mucho que nos jactemos actualmente de nuestros últimos logros científicos, la evolución del pensamiento humano no se ha detenido nunca. Pensar que incluso nos

⁹ Véase P. W. Bridgman, *Reflections of a Physicist* (2.ª edición, Nueva York, 1955), p. 355.

¹⁰ Por ejemplo, K. Wicksell, *Value, Capital and Rent* (Londres, 1954), p. 53; Joseph A. Schumpeter, *History of Economic Analysis* (Nueva York, 1954), p. 918. Entre las pocas excepciones se encuentran: Frank H. Knight, «Marginal Utility Economics», *Encyclopedia of the Social Sciences* (Nueva York, 1931), V, p. 363; George J. Stigler, *Production and Distribution Theories* (Nueva York, 1948), p. 134.

¹¹ Karl R. Popper, *The Poverty of Historicism* (Boston, 1957), p. 60 y nota.

¹² Alfred North Whitehead, *Science and Philosophy* (Nueva York, 1948), p. 103.

¹³ Jevons, *Theory*, p. 3.

⁴ Véase el capítulo «The Decline of the Mechanical View», en A. Einstein y L. Infeld, *The Evolution in Physics* (Nueva York, 1938).

⁵ Este punto de vista ha sido reiteradamente admitido por numerosos científicos: por ejemplo, Max Planck, *Scientific Autobiography and Other Papers* (Nueva York, 1949), p. 152.

⁶ Léon Walras, *Éléments d'économie politique pure* (3.ª edición, Lausana, 1896), p. 97. La traducción es mía.

⁷ W. Stanley Jevons, *The Theory of Political Economy* (4.ª edición, Londres, 1924), p. 21 y p. 11.

⁸ *Ibid.*, p. 21.

hemos acercado al final es pura arrogancia o humillante pesimismo. En consecuencia, no podemos descartar la posibilidad de que un día se nos ocurra la auténtica idea mutante que conduzca a una anatomía de la ciencia capaz de florecer igualmente bien en las ciencias de la Naturaleza y en las sociales. En ocasiones excepcionales, encontramos esta esperanza expresada con mayor claridad y con la observación totalmente pertinente de que en semejante ciencia unificadora la física será «devorada» por la biología, y no al contrario¹⁴. O, como Whitehead lo expresó más claramente: «el asesinato constituye un requisito previo de la absorción de la biología por la física»¹⁵. A este respecto, existe ya un precedente histórico: los físicos y los filósofos científicos negaron durante mucho tiempo la existencia de leyes «científicas» fuera de la física y la química, pues sólo aquí encontramos relaciones rigidamente vinculantes. Hoy en día, se esfuerzan arduamente en convencer a todo el mundo de que, por el contrario, las leyes de la Naturaleza no son rígidas sino estocásticas y de que una ley rígida es únicamente un caso restringido, y por tanto muy especial, de la ley estocástica. De uno u otro modo, no son capaces por regla general de explicar que el último tipo de ley no es característico de la ciencia física sino de las ciencias de la vida.

Por todo ello, la historia del pensamiento humano nos enseña que nada debe parecer extravagante en lo que se refiere a qué puede, o dónde puede, descubrir el pensamiento. Así, es absolutamente necesario que reconozcamos por completo la fuente y el carácter de nuestra dificultad *actual*.

2. *Ciencia teórica frente a ciencia*. La primera condición que debe satisfacer un entorno determinado para sostener la vida de cualquier organismo es contener los elementos químicos que se encuentran en la materia de tal organismo. En caso contrario, no precisamos seguir avanzando. Así pues, vamos a comenzar nuestra investigación con un análisis «químico» de la anatomía de la ciencia teórica.

Como ya he subrayado, la *causa materialis* de la ciencia, no sólo de la ciencia teórica, consiste en proposiciones descriptivas. He explicado también que el rasgo distintivo de la ciencia teórica es su anatomía lógicamente ordenada. Quienquiera que esté dispuesto a contemplar los hechos y aceptar alguna de sus facetas desagradables estará de acuerdo en que en algunos campos una abrumadora mayoría de proposiciones descriptivas no posee las propiedades «químicas» exigidas por el ordenamiento lógico.

¹⁴ Véase J. S. Haldane, *The Sciences and Philosophy* (Nueva York, 1929), p. 211. También Erwin Schrödinger, *What Is Life?* (Cambridge, Ingl., 1944), pp. 68 y s.; R. E. Peierls, *The Laws of Nature* (Londres, 1957), p. 277; L. von Bertalanffy, *Problems of Life* (Nueva York, 1952), p. 153. Muy recientemente, G. P. Thomson, un premio Nobel, finalizó su conferencia en las «Semecentennial Lectures of Rice Institute» (1962) diciendo que «el futuro de la física depende de la biología».

¹⁵ Alfred North Whitehead, «Time, Space, and Material», en *Problems of Science and Philosophy*, Aristotelian Society, supl. vol. 2, 1919, p. 45. Véase también más abajo, Capítulo V, Sección 1.

Apenas puedo resaltar el hecho de que la Lógica, entendida en su habitual sentido aristotélico, es capaz de enfrentarse únicamente a una clase inequívoca de proposiciones, tales como

A. *La hipotenusa es mayor que los catetos*,

pero es completamente impotente cuando llega a proposiciones como

B. *Las necesidades culturalmente determinadas son mayores que las biológicas*

o

C. *Woodrow Wilson tuvo una influencia decisiva en el Tratado de Paz de Versalles*.

Un lógico difícilmente negaría esta diferencia, pero muchos, en especial los positivistas lógicos, afirmarían que proposiciones del tipo de B o C no tienen sentido y, por tanto, la diferencia no prueba en absoluto la limitación de la Lógica. Esta postura se explica con claridad por Max Black: al ser *rojo* un concepto vago, la pregunta «¿es este color rojo?» difícilmente tiene ningún sentido¹⁶. Sin embargo, el uso del término «sin sentido» para proposiciones que no puede tratar la Lógica es un ingenioso artificio para despachar una cuestión vital.

En el fondo, el problema consiste en que el conocimiento es auténtico sólo si puede unificarse en una teoría. En otras palabras, ¿es la ciencia teórica la única forma de conocimiento científico? El problema se resuelve en varias cuestiones; la primera es cuál es la explicación de la impotencia de la Lógica para hacer frente a proposiciones «sin sentido».

3. *Números y conceptos aritmomórficos*. Los límites de toda ciencia de la realidad son penumbras movedizas. La física se confunde con la química y ésta con la biología, la economía con la ciencia política y con la sociología y así sucesivamente; existe una química física, una bioquímica e incluso una economía política, a pesar de nuestra resistencia a hablar de ello. Únicamente el campo de la Lógica —concebida como *Principia Mathematica*— tiene límites rigidamente establecidos y claramente trazados. La razón de ello es que la diferenciación *discreta* constituye la auténtica esencia de la Lógica: forzosamente, la diferenciación discreta debe ser aplicable a los propios límites de la Lógica.

El fundamento elemental de la diferenciación *discreta* es la distinción entre dos símbolos escritos: entre «m» y «n», «3» y «8», «consejo» y «conseja», etc. Como lo ponen de manifiesto estos ejemplos, un adecuado simbolismo exige una escritura perfectamente legible, pues de otra forma podríamos no ser capaces de distinguir sin sombra de duda alguna entre los miembros de un mismo par. De igual modo, el simbolismo oral requiere una clara pronunciación, sin balbucear ni hablar entre dientes.

¹⁶ Max Black, *The Nature of Mathematics* (Nueva York, 1935), p. 100n. Esta postura se emplea con frecuencia para eludir cuestiones fundamentales, como «¿puede pensar una máquina?». Véase más abajo, Capítulo III, Sección 10.

Sólo hay una única razón por la que usamos símbolos: para representar conceptos visual o audiblemente, de modo que tales conceptos puedan transmitirse de una mente a otra¹⁷. Sea en el razonamiento general o en la Lógica (esto es, en la lógica formal), hacemos frente a símbolos en cuanto representaciones de conceptos *existentes*. Incluso en las matemáticas, donde los números y los restantes conceptos son tan distintos entre sí como los símbolos empleados para representarlos, la postura de que los números no son más que «signos» ha tropezado con una tremenda oposición¹⁸. Con todo, parece que no vamos a ir tan lejos como para comprender (o para admitirlo, si lo comprendemos) que el principio fundamental sobre el que descansa la Lógica es que *la propiedad de la diferenciación discreta debe abarcar no sólo a los símbolos sino también a los conceptos*.

En la medida en que se contemple a este principio como normativo, posiblemente nadie disputará por su culpa. Por el contrario, tampoco nadie negará las inmensas ventajas derivadas de seguir la norma siempre que sea posible; sin embargo, se presenta con frecuencia como una ley general del pensamiento. Sería difícil encontrar un ejemplo más deslumbrante de la «falacia de la inespecificidad equivocada» whiteheadiana que el representado por esa postura. En apoyo de ésta, algunos han ido tan lejos como para sostener que no podemos pensar sino en palabras. Si ello fuera cierto, los pensamientos se convertirían en un «símbolo» de las palabras, una más que fantástica inversión de la relación existente entre medios y fines; a pesar de que se ha demostrado lo absurdo de esa postura, sigue perviviendo bajo la superficie del positivismo lógico¹⁹. Pareto no acuñó primero la palabra «optimidad» e imaginó después el concepto. Además, el pensamiento es tan fluido que incluso es absurda la pretensión más modesta de que podemos acuñar una palabra para cada pensamiento. «La Falacia del Diccionario Perfecto»²⁰ es evidente: hasta un diccionario perfecto es molecular mientras que el pensamiento es continuo en el sentido más absoluto. Evidentes son también la razón y el significado de la obser-

¹⁷ Esta limitación sigue el argumento habitual que hace caso omiso del simbolismo táctil: palmas en el hombro, apretones de manos, etc. Braille y, en especial, el caso de Helen Keller demuestran que el simbolismo táctil puede ser tan discretamente diferenciado y tan eficiente como los otros dos. Su único defecto es la imposibilidad de transmisión a distancia.

¹⁸ Véase la Introducción realizada por P. E. B. Jourdain a Georg Cantor, *Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers* (Nueva York, sin fecha), pp. 20 y 69 y s.; R. L. Wilder, *Introduction to the Foundations of Mathematics* (Nueva York, 1956), cap. x y *passim*.

¹⁹ Para una discusión de la evidencia psicológica existente frente a la ecuación «pensamiento = palabra», véase Jacques Hadamard, *An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field* (Princeton, 1945), pp. 66 y ss. Por lo que pueda interesar, en lo que se refiere a alguien que es multilingüe, puedo garantizar que rara vez pienso en una lengua, excepto justo antes de expresar mis pensamientos oralmente o por escrito.

²⁰ Alfred North Whitehead, *Modes of Thought* (Nueva York, 1938), p. 235. Véase también P. W. Bridgman, *The Intelligent Individual and Society* (Nueva York, 1938), pp. 68 y s.

vación de que «en los símbolos la verdad está oscurecida y velada por el elemento sensorial»²¹.

Dado que todo número real específico constituye el ejemplo más elemental de concepto discretamente diferenciado, propongo que se denomine a tal concepto *aritmomórfico*. En efecto, a pesar de emplear el término «continuo» para el conjunto de todos los números reales, dentro del continuo cada número real conserva una *individualidad diferenciada* idéntica en todos los aspectos a la de un número entero dentro de la secuencia de números naturales. Así, por ejemplo, el número π es discretamente diferenciado de cualquier otro número, ya sea 3,141592653589793 ó 10¹⁰⁰. Lo mismo sucede con el concepto de «círculo» respecto de 10¹⁰⁰-gono o de «cuadrado», y con «electrón» respecto de «protón». En la Lógica, «es» y «no es», «corresponde» y «no corresponde», «algunos» y «todos» son también *discretamente* diferenciados.

Cada concepto aritmomórfico se afirma por sí mismo de igual modo específico en que cada «Ego» se autoafirma con perfecta conciencia de su absoluta diferenciación respecto de todos los demás «Egos». Esta es sin duda la razón por la que nuestras mentes reclaman unos conceptos aritmomórficos que son tan translúcidos como el sentimiento de la propia existencia. Para decirlo más directamente, los conceptos aritmomórficos *no se superponen*. Es precisamente esta peculiar (y restrictiva) propiedad de los materiales con los que puede trabajar la Lógica lo que explica su tremenda eficacia: sin esta propiedad, no podríamos efectuar cálculos, ni hacer silogismos, ni construir una ciencia teórica. Ahora bien, como sucede con todos los poderes, el de la Lógica se encuentra igualmente limitado por su propio fundamento.

4. *Conceptos dialécticos*. Es perfectamente conocida la antinomia entre Uno y Muchos, antinomia de la que en especial se ocupó Platón. Una de sus raíces consiste en el hecho de que la cualidad de la diferenciación discreta no pasa necesariamente desde el concepto aritmomórfico a sus denotaciones concretas. Existen, no obstante, casos en los que se da esa transferencia. Cuatro lápices son un «número constante» de lápices; un triángulo específico no es un «cuadrado»; tampoco hay gran dificultad en decidir que Luis XIV constituye una denotación de «rey». Pero nunca podemos estar absolutamente seguros de que un cuadrilátero específico sea un «cuadrado»²². En el mundo de las ideas, «cuadrado» es Uno, pero en el mundo de los significados, es Muchos²³.

Por otra parte, si somos capaces de discutir interminablemente si un país determinado es una «democracia», se debe sobre todo a que el propio

²¹ G. W. F. Hegel, *Hegel's Science of Logic* (2 volúmenes, Londres, 1951), I, p. 231.

²² Aunque parezca extraño, los lógicos no afirman que, debido a este hecho, «cuadrado» sea un concepto *vago* ni que «¿es este cuadrilátero un cuadrado?» no tenga significado.

²³ Platón, *Phaedrus*, 265D, y, en especial, *Republic*, VI. 507.

concepto aparece como Muchos, es decir, no es discretamente diferenciado. Si esto es cierto, con tanta más razón no puede lo concreto ser Uno. Numerosísimos conceptos pertenecen a esta categoría; entre ellos se encuentran los de mayor importancia para los criterios humanos, como «bondad», «justicia», «probabilidad», «necesidad», etc. No existen límites aritmomórficos; en lugar de ello, *están rodeados por una penumbra dentro de la cual se superponen con sus opuestos*.

En un momento histórico determinado, una nación puede ser a la vez una «democracia» y una «no democracia», de igual modo que hay una edad en la que el hombre es al tiempo «joven» y «viejo». Los biólogos han comprendido no hace mucho que ni siquiera la «vida» tiene límites aritmomórficos: existen algunos virus cristalizados que constituyen una penumbra entre la materia viva y la muerta²⁴. Como lo he indicado por caminos trillados aunque abandonados, toda necesidad específica se desliza imperceptiblemente dentro de otras necesidades²⁵. Los pensadores prudentes no ocultan que incluso en las matemáticas «parece ser ineludible el empleo del buen juicio para determinar cuándo una manifestación es aceptable para definir una clase»²⁶.

No hace falta decir que a la categoría de conceptos que se acaba de ejemplificar no se puede aplicar la ley fundamental de la Lógica, el Principio de Contradicción: «B no puede ser a la vez A y no-A». Por el contrario, tenemos que aceptar que, al menos en algunos casos, sucede que «B es al tiempo A y no-A». Dado que el último principio es una de las piedras angulares de la dialéctica hegeliana, propongo que a los conceptos que pueden violar el Principio de Contradicción se les denomine *dialécticos*²⁷. A fin de clarificar lo que entendemos por concepto dialéctico, es preciso destacar dos aspectos.

En primer lugar, la antes mencionada imposibilidad de decidir si un cuadrilátero específico es «cuadrado» tiene sus raíces en la imperfección de nuestros sentidos y de sus prolongaciones, los instrumentos de medida; un instrumento *perfecto* eliminaría tal imposibilidad. Por otro lado, la dificultad de decidir si un país determinado es una democracia no tiene nada que ver —como voy a explicar ahora en detalle— con la imperfección de nuestros órganos sensoriales; proviene de otra «imperfección», la de nuestro

pensamiento, que no siempre puede reducir una noción percibida a un concepto aritmomórfico. Evidentemente, podría sugerirse que también en este caso la dificultad no existiría para una mente *perfecta*, pero la analogía no parece sostenerse, porque, mientras la noción de un instrumento de medida perfecto es suficientemente clara (y además indispensable incluso para explicar la indeterminación en mediciones físicas), la noción de una mente perfecta es a lo sumo una invención verbal. No hay puente alguno entre un instrumento de medida perfecto y otro imperfecto. Del mismo modo, la mente imperfecta no puede saber cómo funcionaría en realidad una mente perfecta; aquella se convertiría en perfecta en el momento en que supiese cómo hacerlo.

El segundo punto es que, a mi juicio, un concepto dialéctico no se superpone con su opuesto *a lo largo de toda la escala de denotaciones*. Esto es, en la mayor parte de los casos podemos decidir si una cosa, o un concepto específico, representa a un organismo vivo o a la materia inerte. Si no fuese así, evidentemente los conceptos dialécticos serían no sólo inútiles sino también nocivos. Aunque no son *discretamente diferenciados*, los conceptos dialécticos son en cualquier caso *diferenciados*. La distinción es la siguiente. Una penumbra separa a un concepto dialéctico de su contrario. En el caso de un concepto aritmomórfico, la separación consiste en un vacío: *tertium non datur*, no hay tercer caso. El punto sumamente importante es que la propia penumbra separadora es un concepto dialéctico. Así pues, si la penumbra de A tuviese límites aritmomórficos, podríamos construir con facilidad una estructura aritmomórfica compuesta de tres nociones discretamente diferenciadas: «verdadera A», «verdadera no-A» e «indiferente A». Este procedimiento es altamente familiar al estudioso de las preferencias del consumidor, campo en el que damos por supuesto que entre «preferencia» y «no preferencia» *debe* haber «indiferencia»²⁸.

Sin duda alguna, una penumbra rodeada por otra penumbra nos enfrenta a una regresión infinita, pero no hay ningún motivo para condenar por ello a los conceptos dialécticos: al final, la regresión dialéctica infinita se resuelve por sí misma de igual modo en que la regresión infinita de Aquiles corriendo tras la tortuga llega a un final real. Como objetó con razón Schumpeter, «en nuestro caso, no tiene sentido alguno preguntar: ¿Dónde comienza este tipo [de empresario]?» y exclamar entonces: «Este no es en absoluto un tipo»²⁹. ¿Debemos rechazar también el reconocimiento y el estudio de virtud y vicio sólo porque —como observó Hume, entre otros—³⁰ no exista una clara división entre estas dos opuestas cualidades del espíritu humano? Lejos de ser un pecado mortal, la regresión infinita de la penumbra

²⁴ Véase mi ensayo «Choice, Expectations and Measurability» (1954), reimpresso en *AE*.

²⁵ Joseph A. Schumpeter, *The Theory of Economic Development* (Cambridge, Mass., 1949), p. 82n.

³⁰ David Hume, *Writings on Economics*, edit. por E. Rotwein (Londres, 1955), p. 19.

²⁴ Sobre la definición aritmomórfica de la vida, véase Alfred J. Lotka, *Elements of Physical Biology* (Baltimore, 1925), cap. i y p. 218n.

²⁵ Mi ensayo titulado «Choice, Expectations and Measurability» (1954), reimpresso en *AE*.

²⁶ L. M. Graves, *The Theory of Function of Real Variables* (Nueva York, 1946), p. 7. También Henri Poincaré, *The Foundations of Science* (Lancaster, Pa., 1946), p. 479.

²⁷ La conexión entre conceptos dialécticos, definidos de este modo, y la lógica hegeliana no se limita a este principio. Sin embargo, incluso aunque la línea seguida por la presente argumentación se inspire en la lógica hegeliana, no sigue a Hegel en todos los aspectos. Se nos ha advertido, y con buenas razones, que se puede ignorar a Hegel corriendo riesgos enormes. Seguir a Hegel sólo en parte puede muy bien ser el mayor riesgo de todos, pero no tengo otra elección sino la de asumir tal riesgo.

dialéctica constituye la cualidad sobresaliente de los conceptos dialécticos: como veremos, refleja el aspecto más esencial del intercambio.

5. *Las tradiciones platónicas en el pensamiento moderno.* Para resolver el complicado problema de Uno y Muchos, Platón enseñó que las ideas viven en un mundo propio, «el mundo superior», en el que cada una conserva «una individualidad permanente» y, además, sigue siendo «la misma e invariable»³¹. Las cosas del «mundo inferior» participan de estas ideas, es decir se parecen a ellas³².

El eje de la epistemología de Platón es que nacemos con un conocimiento latente de ideas —como afirmó posteriormente Kant refiriéndose a ciertas nociones—, porque nuestra alma inmortal ha visitado su mundo en algún momento del pasado. Consecuentemente, cada uno de nosotros puede aprender ideas por reminiscencia³³.

El extremado idealismo de Platón difícilmente puede despertar actualmente la aprobación general. No obstante, su mística explicación de cómo se nos revelan la ideas en su forma más pura sirve de base a muchas consideraciones modernas sobre «el pensamiento claro». El dogma platónico de que sólo unos pocos privilegiados tienen ideas pero no pueden describirlas públicamente se hace patente, por ejemplo, en la postura de Darwin de que «especie» es aquella forma así clasificada por «la opinión de naturalistas que tienen buen criterio y amplia experiencia»³⁴. Aún más platónica en esencia es la opinión frecuentemente oída de que «ley constitucional» tiene una y sólo una definición: es la ley declarada como tal por el Tribunal Supremo de los Estados Unidos cuando, en un caso llevado ante él, se pide explícitamente al Tribunal que se pronuncie sobre la cuestión.

No puede haber duda alguna sobre el *hecho* de que un consumado naturalista o un Tribunal Supremo de Justicia están más cualificados que el individuo medio para enfrentarse al problema de las especies o a la ley constitucional, pero esto no es lo que habitualmente proponen los defensores de este tipo de definición: sostienen que las definiciones son operativas y, por tanto, eliminan al mayor enemigo del pensamiento claro, la vaguedad. Ahora bien, es obvio que la pretensión es engañosa: el resultado de la operación de definir no es Uno sino Muchos³⁵. La operación no es

sólo sumamente incómoda, a veces incluso totalmente impracticable, sino que además la definición no ofrece aclaración alguna al estudioso. Antes de que nadie pueda llegar a ser una autoridad en la evolución, e incluso después, precisa conocer el significado de «aptitud» sin esperar hasta que la selección natural haya eliminado a los ineptos. La ciencia no puede contentarse con la idea de que el único modo de saber si una seta es venenosa sea comérsela.

La sociología y la ciencia política, en especial, abundan en ejemplos de otra forma de fundamento platónico disimulado. Así, por ejemplo, y aunque ignorantes, las argumentaciones se derivan con frecuencia de la postura de que la idea pura de «democracia» está representada por un país determinado, habitualmente el del autor: todos los restantes países sólo participan de esa idea en grado diverso.

Los *Diálogos* de Platón no dejan duda alguna de que era perfectamente consciente de que conocemos los conceptos bien por definición o por intuición. Se dio cuenta de que, al constituir la definición una descripción pública, todo el mundo puede aprender a conocer un concepto por definición; igualmente se dio cuenta de que podemos conocer algunos conceptos exclusivamente a través de la percepción directa complementada con el análisis socrático³⁶. La dificultad de Platón se deriva de su creencia en *que, con independencia de su formación, todos los conceptos son aritmomórficos*, que «todo se parece a un número», como enseñaría después su buen amigo Jenócrates. Un Diálogo tras otro demuestra que, aunque Platón estaba preocupado por las dificultades de definición en el caso de muchos conceptos, nunca dudó de que al final podía definirse a todos los conceptos. Es muy probable que, al igual que muchos tras él, Platón extrapolase de forma indiscriminada el pasado: dado que todos los conceptos definidos han sido en algún momento conceptos por intuición, todos los actuales conceptos por intuición deben llegar a ser necesariamente conceptos por definición.

El problema puede ilustrarse con uno de nuestros anteriores ejemplos. Si nos esforzásemos por encontrar un concepto aritmomórfico de «democracia», descubriríamos en seguida que ningún país democrático encaja en el concepto: no lo hace Suiza, pues las mujeres suizas no tienen derecho al voto; tampoco los Estados Unidos, debido a que no tiene referendos populares; tampoco el Reino Unido, porque el parlamento no puede reunirse sin la solemne aprobación del rey, y así sucesivamente. La penumbra que separa «democracia» de «autocracia» es realmente muy amplia y como resultado de ello «hasta la dictadura de Hitler en la Alemania nacionalsocialista tenía rasgos democráticos y en la democracia de los Estados Unidos se

³⁶ *Republic*, VI, p. 511. Sin duda, fue este tipo de análisis lo que Platón entendía por «dialéctica», pero nunca clarificó este término.

³¹ *Phaedo*, p. 78, *Philebus*, p. 15. La doctrina de Platón de que las ideas son «estructuras fijas» impregna todos sus Diálogos. Referencias adicionales al respecto se encuentran en *Parménides*, p. 129 y ss., *Cratylus*, pp. 439-440.

³² *Phaedo*, pp. 100 y ss. Es significativo que, aunque Platón (*Phaedo*, p. 104) ilustra la diferenciación discreta de ideas haciendo referencia a números integrales, nunca discute el problema de por qué algunas cosas tienen totalmente la cualidad de ideas y otras sólo parcialmente.

³³ *Meno*, pp. 81-82, *Phaedo*, pp. 73 y ss., *Phaedrus*, pp. 249-250.

³⁴ Charles Darwin, *The Origin of Species* (6.ª edición, Londres, 1898), p. 34.

³⁵ Como el propio Charles Darwin observó en otro lugar, *The Descent of Man* (2.ª edición, Nueva York, sin fecha), p. 190: trece naturalistas eminentes discreparon tan ampliamente como para dividir la especie humana unos en sólo dos razas y otros nada menos que en sesenta y tres.

encuentran ciertos elementos dictatoriales³⁷. Ahora bien, esto no significa que la Alemania hitleriana y los Estados Unidos puedan reunirse en el mismo saco conceptual, ni tampoco que la existencia de una penumbra de virus deje sin sentido la distinción entre «hombre» y «piedra».

Además, los esfuerzos para definir la democracia se ven frustrados por un tipo de dificultad más general y más convincente que el que se acaba de mencionar. Dado que «democracia» implica indudablemente el derecho al voto, mas no para todas las edades, su definición debe especificar necesariamente el límite *adecuado* de la edad de voto. Supongamos que nos ponemos de acuerdo en que *L* sea ese límite. La cuestión natural de por qué *L* – *E* no es un límite tan bueno pone de manifiesto la imposibilidad de que un concepto aritmomórfico tenga en cuenta todos los imponderables de «democracia».

De «democracia», al igual que de «bueno», «necesidad», etc., podemos decir lo que San Agustín dijo en esencia del Tiempo: si no sabes nada de ello, no puedo decirte qué es, pero si sabes aunque sea de forma vaga lo que significa, vamos a hablar de ello³⁸.

6. *Conceptos dialécticos y ciencia*. Creo que ninguna escuela filosófica negaría actualmente la existencia de conceptos dialécticos tales como se han definido más arriba, pero las opiniones relativas a su relación con la ciencia y con el conocimiento en general varían entre dos extremos.

En uno de ellos, encontramos todas las formas de positivismo que proclaman que, cualesquiera que sean el propósito y los usos de los conceptos dialécticos, estos son antagónicos con la ciencia: el conocimiento adecuado existe exclusivamente en la medida en que se expresa en conceptos aritmomórficos. Esta postura recuerda la de la Iglesia Católica: las ideas sagradas no pueden expresarse más que en latín.

En el otro, se encuentran los hegelianos de todas las corrientes manteniendo que el conocimiento se alcanza sólo con la ayuda de nociones dialécticas en sentido hegeliano estricto, esto es, nociones en las que el principio «A es no-A» es pertinente *siempre*.

Existe, no obstante, cierta asimetría categórica entre las dos escuelas opuestas: ningún hegeliano –incluido el propio Hegel– ha negado nunca la especial facilidad con que el pensamiento trata los conceptos aritmomórficos ni su tremenda utilidad³⁹, pues estos conceptos poseen un meca-

³⁷ Max Rheinstein, en la «Introduction» a Max Weber, *On Law in Economy and Society* (Cambridge, Mass., 1954), p. xxxvi.

³⁸ San Agustín, *Confessions*, XI, p. 17.

³⁹ No nos tiene por qué afectar que a la filosofía hegeliana se la haya hecho responsable de casi todos los abusos ideológicos y que se la haya denunciado como «puro disparate [que] hubiese sido previamente conocido sólo en los manicomios» o como «un monumento a la estupidez germana» (Will Durant, en *The Story of Philosophy*, Nueva York, 1953, p. 221, cita a E. Caird, *Hegel*, Londres, 1883, como la fuente de esas opiniones; todos mis esfuerzos por localizar la cita han sido en vano). Sin embargo, debo señalar que la acusación frecuentemente repetida de que Hegel negaba el gran valor de las matemáticas o de la ciencia teórica es totalmente infundada: véase *The Logic of Hegel*, trad. de W. Wallace (2.ª edición, Londres, 1904), p. 187.

nismo incorporado contra muchas clases de errores de pensamiento que no tienen en absoluto los conceptos dialécticos. Debido a esta diferencia, somos capaces de asociar conceptos dialécticos con el pensamiento aislado, incluso aunque no profesemos el positivismo lógico. La actualmente famosa expresión «las aguas revueltas de la dialéctica hegeliana» habla por sí sola. Además, el uso del arma antidialéctica ha llegado a ser la forma más sencilla de deshacerse de la argumentación de cualquier otro⁴⁰. Con todo, el hecho altamente significativo es que nadie ha sido capaz de presentar una argumentación contra los conceptos dialécticos *sin recurrir incesantemente a ellos*.

Estamos gravemente equivocados si creemos que la presencia de expresiones como «sólo si» o «nada más que» en una frase la purifica de todo «sin sentido dialéctico». Como ejemplo elocuente, podemos tomar las frases «una proposición tiene sentido solamente si es verificable» y «cuando hablamos de verificabilidad queremos decir posibilidad *lógica* de verificación, y nada más que esto»⁴¹, frases que forman juntas el credo del positivismo vienes. Si no se es positivista, quizá podría admitirse que hay cierto sentido en estos principios, a pesar de la crítica que pueda hacerse. Pero si se es un positivista de una sola pieza, hay que afirmar también que «la línea divisoria entre la posibilidad lógica y la imposibilidad de verificación es *absolutamente nítida y diferenciada*; no existe transición gradual entre el sentido y la falta de él»⁴². En consecuencia, para que las dos proposiciones anteriores tengan sentido tenemos que describir de manera absolutamente nítida y diferenciada la «posibilidad lógica de [su] verificación». Que yo sepa, nadie ha ofrecido todavía semejante descripción. No parece que el positivismo se de cuenta en absoluto de que el concepto de verificabilidad –o la postura que proclama que «el sentido de una proposición es el método de su verificación»⁴³ está cubierto por una penumbra dialéctica, a pesar del aparente rigor de las frases utilizadas en la argumentación. Indudablemente, se puede poner fácilmente ejemplos de puro sin sentido –Moritz Schlick se sirve de «un amigo murió pasado mañana»– o de puro sentido aritmomórfico, pero –como ya he dicho antes– esto no elimina la penumbra dialéctica de diferencias graduadas de nitidez entre los dos casos extremos. Espero que el lector no se ofenda por la ineludible conclusión de que durante la mayor parte del tiempo todos decimos algún sin sentido, esto es, expresamos nuestros pensamientos en términos dialécticos sin un sentido bien definido.

⁴⁰ Debido precisamente a que deseo demostrar que el defecto no se limita a la gente común, he de mencionar que en un solo artículo Knight denuncia el concepto de instinto como arbitrario y acientífico, pero utiliza libremente el concepto de necesidad. Frank H. Knight, *The Ethics of Competition* (Nueva York, 1935), p. 29 y *passim*.

⁴¹ Moritz Schlick, «Meaning and Verification», *Philosophical Review*, XLV (1936), pp. 344, 349.

⁴² *Ibid.*, p. 352. Las cursivas son mías.

⁴³ *Ibid.*, p. 341.

Algunos de los libros escritos precisamente por aquellos autores que —como Bertrand Russell o Bridgman, por ejemplo— han intentado combatir la imprecisión de la ciencia como rasgo propio del más alto honor intelectual constituyen la prueba más convincente de que no es imposible razonar correctamente con conceptos dialécticos⁴⁴. A propósito de esta tesis mía y en relación con el enfoque positivista anteriormente mencionado (Sección 2) de que «este color es rojo» es una proposición que carece de sentido, me permito remitir al lector a uno de los más apreciados artículos de Bertrand Russell: «No sólo somos conscientes de amarillos específicos sino que, si hemos visto un número suficiente de amarillos y tenemos suficiente inteligencia, somos también conscientes del *amarillo* universal; éste universal es el sujeto en juicios tales como “amarillo difiere de azul” o “amarillo se parece a azul menos que a verde”; y el amarillo universal es el predicado en juicios tales como “esto es amarillo”⁴⁵. A pesar de que un positivista no encontraría sentido alguno en esta cadena de conceptos dialécticos, se trata de lo que yo calificaría de mejor expresión de razonamiento dialéctico (corriendo con ello el riesgo de hacer que Mr. Bertrand Russell se sienta ofendido), y el hecho importante es que semejante razonamiento es una operación mucho más delicada que hacer silogismos con conceptos aritmomórficos. Como expondré más adelante (Capítulo III, Sección 10), constituye la cualidad más importante que diferencia la mente humana de cualquier cerebro artificial.

Hace mucho tiempo, Blaise Pascal subrayó la diferencia existente entre esos dos tipos de razonamiento así como su correlación con dos cualidades distintas de nuestro intelecto: *l'esprit géométrique* y *l'esprit de finesse*⁴⁶. Por esta razón, culpar a los conceptos dialécticos de todo pensamiento confuso equivale a echar la culpa a los colores del artista por lo que el hombre sencillito —e incluso el de talento en algunas ocasiones— pudiera hacer con ellos. Por lo que respecta al astuto empleo de los conceptos dialécticos por parte de los sofistas de todas las tendencias, fuimos instruidos hace ya mucho tiempo por Sócrates acerca de la diferencia entre «el simple arte de la disputa y la verdadera dialéctica»⁴⁷.

Actualmente, tanto *l'esprit géométrique* como *l'esprit de finesse* se adquieren (o se desarrollan) a través de la formación apropiada y de la atención a la mayor cantidad de ideas posible; y no podemos negar que los científicos sociales poseen por regla general suficiente *esprit de finesse* para interpretar co-

⁴⁴ Por ejemplo, Bertrand Russell, *Principles of Social Reconstruction* (Londres, 1916), y P. W. Bridgman, *The Intelligent Individual and Society*.

⁴⁵ Bertrand Russell, *Mysticism and Logic* (Nueva York, 1929), p. 212. [En lo que se refiere a la próxima observación en el texto, el lector debe tener presente que Bertrand Russell vivía cuando este volumen entró en prensa].

⁴⁶ *Penates*, I-2, en Blaise Pascal, *Oeuvres complètes*, edit. por J. Chevalier (París, 1954), pp. 1.091 y ss.

⁴⁷ Platón, *Philebus*, p. 17; más sobre esta cuestión en *Theaetetus*, pp. 167-168.

rectamente la proposición «la democracia hace posible una satisfacción equitativa de las necesidades individuales» y para razonar de modo igualmente correcto con proposiciones similares en las que casi cada uno de los términos es un concepto dialéctico (y si algunos científicos sociales no poseen suficiente *esprit de finesse* para esta tarea, ¡Dios les ayude!). La proeza no es en modo alguno extraordinaria; como observó Bridgman en cierta ocasión, «el pequeño Johnnie y yo mismo sabemos perfectamente bien lo que espero cuando le ordeno que sea bueno, a pesar de que ninguno de nosotros podría describir con exactitud lo que entendemos por interrogatorio»⁴⁸.

La opinión de que los conceptos dialécticos tendrían que ser excluidos de la ciencia debido a que en otro caso la infestarían con pensamiento confuso es, por tanto, una ilusión, no inofensiva, por desgracia; y ello porque esa postura ha engendrado otro tipo de confusión que infesta ahora a grandes sectores de las ciencias sociales: la aritmomanía. Basta con citar unos pocos casos procedentes exclusivamente de la economía. La compleja noción de desarrollo económico se ha reducido a un número, la renta per capita, y el espectro dialéctico de las necesidades humanas (posiblemente el elemento más importante del proceso económico) se ha cubierto desde hace tiempo con el concepto numérico incoloro de «utilidad», concepto al que, por otra parte, nadie ha sido capaz hasta ahora de dotar de un procedimiento real de medición.

7. *Probabilidad: un ejemplo de dialéctica hegeliana*. Nada podría ilustrar con más nitidez la argumentación de la sección precedente que el concepto de probabilidad, actualmente común a todas las ciencias especiales. Como sabemos, existe una multiplicidad de «doctrinas», en gran parte antagónicas, cada una de las cuales reclama que únicamente su propio enfoque conduce al significado de probabilidad (o más bien, a lo que debería significar). Esa pretensión no tendría que sorprendernos en absoluto. Sin entrar aquí en grandes detalles, hay que resaltar que, si bien antagónicas, esas doctrinas tienen de hecho el mismo objetivo: ordenar expectativas con ayuda de cierto coeficiente numérico que cada una de ellas denomina «probabilidad». Ahora bien, la expectativa es un complejo estado de la mente humana que comprende dos elementos distintos: *E*, la parte de conocimiento del individuo de la que éste es consciente en el momento de la expectativa, y *P*, una proposición aseverativa sobre un hecho o un acontecimiento habitualmente (mas no necesariamente) incierto. Simbólicamente, la expectativa de un individuo, *I*, puede representarse entonces por $\mathcal{E}(I, E, P)$ ⁴⁹.

⁴⁸ Bridgman, *Intelligent Individual and Society*, p. 72; también pp. 56 y ss.

⁴⁹ Véase mi artículo «The Nature of Expectation and Uncertainty» (1958), reimpresso en *AE*, donde presenté una crítica general de las principales doctrinas de las probabilidades. Además de la presente sección, el Capítulo VI y el Apéndice F de este volumen contienen otras consideraciones sobre este asunto.

En uno de los grupos doctrinales —el personalista y el subjetivista, como se les denomina—, la atención se centra en I , definiéndose la probabilidad como el «grado de confianza» que el individuo tiene en el hecho o acontecimiento afirmado por P . Otra categoría prescinde de I y de aquella parte de E que no es lenguaje y define la probabilidad como una medida de la «verdad» expresada por P , de hecho, como un coeficiente calculado de acuerdo con una receta sintáctica (ampliamente arbitraria). No es preciso decir que ninguna de esas doctrinas se encuentra libre de hipótesis abiertamente opuestas a los hechos elementales; algunas equivalen a poco más que un ejercicio, si bien encantador, de hueria axiomatización.

Las únicas doctrinas que deberían retener aquí nuestra atención son las que podrían calificarse de «objetivistas» por definir la probabilidad con independencia de I (y del tipo de lenguaje utilizado por I). En mi precisión formal de las expectativas, el coeficiente objetivo de probabilidad —siempre que pueda determinarse de acuerdo con las reglas dadas y que también se conozca por I — es parte de E . La cuestión importante es que el ordenamiento de las expectativas individuales es un resultado de la ordenación aritmética de las probabilidades y no a la inversa (como sucede en el caso de las doctrinas subjetivistas o personalistas)⁵⁰.

En el enfoque objetivista, la contienda tiene lugar entre la doctrina laplaceana y la frecuentista. La crítica más importante a la definición laplaceana de probabilidad como relación entre el número de casos favorables y el total de los casos posibles, «siendo todos los casos igualmente probables», no puede refutarse por motivos basados en la Lógica: la definición es circular. Sostengo que esa crítica es infundada porque la probabilidad objetiva es básicamente una noción dialéctica en sentido hegeliano. De la misma forma, la definición frecuentista es también circular si se formula de modo apropiado.

En la doctrina frecuentista, la probabilidad de un acontecimiento viene definida por la relación *matemática*

$$(D_1) \quad p = \lim f_n \quad \text{para } n \rightarrow \infty,$$

donde f_n es la frecuencia relativa del acontecimiento en las primeras n observaciones bajo condiciones invariables⁵¹. Aunque el campo de aplicación de la probabilidad está así enormemente restringido, la doctrina tiene un mérito doble: relaciona directamente el concepto con los hechos observados y con un número. Por esta razón, obtuvo desde el principio una aceptación arrolladora y fue acogida con entusiasmo por todos los estadísticos.

⁵⁰ Más sobre esta cuestión, en el Apéndice F.

⁵¹ Evidentemente, la afirmación no implica que *todas* las expectativas se encuentren por eso ordenadas; para algunas P las probabilidades pueden no existir con arreglo a las normas estipuladas o pueden no ser parte de E .

Con una física moderna que adopta la postura de que los fenómenos a escala de las partículas elementales se encuentran regidos exclusivamente por leyes probabilísticas que reflejan un factor aleatorio de carácter irreducible y *no nuestra ignorancia de algunas variables ocultas*⁵², la doctrina frecuentista plantea una reivindicación de integridad epistemológica.

«Las probabilidades son tan reales como las masas», dijo H. Margenau⁵³, pero lo cierto es más bien lo contrario: las masas son tan reales como las probabilidades. En efecto, todo lo que podemos decir acerca de las probabilidades depende de lo que podemos decir acerca de las probabilidades. Así, por ejemplo, «la masa del mesón mu es 200 veces la del electrón» es una proposición que lleva consigo la probabilidad de una observación que ponga de manifiesto que la masa de un mesón mu es, pongamos por caso, 195 veces la de un electrón. La verificación de proposiciones relativas a probabilidades es, por tanto, el único problema fundamental. Todo lo demás depende de esa verificación.

Recordando una observación anterior, preguntemos a un positivista qué método de verificación emplearía, de acuerdo con su filosofía, para la conocida proposición «la probabilidad de que al echar una moneda salga cara es $1/2$ ». Posiblemente no contestaría que tendríamos que llevar a cabo un número infinito de observaciones, tal como lo exige la definición (D_1), ya que en ese caso admitiría implícitamente que existen proposiciones que no pueden verificarse y, por consiguiente, no pueden clasificarse como sensatas o sin sentido. Tampoco podría indicarnos que realizásemos «un número suficientemente grande de observaciones», pues, entre otras cosas, ¿se le cogería en flagrante delito de emplear un concepto dialéctico! Veámos en todo caso lo que nos diría en esencia la contestación típica: «Si se echase al aire una moneda mil veces y apareciese la cara 490 veces, consi-

⁵² La incertidumbre en la física cuántica «no se debe a nuestra ignorancia humana: es *objetivamente incierto* cuándo se desintegrará un átomo [determinado]», F. Waismann, «The Decline and Fall of Causality», *Turning Points in Physics*, edit. por R. J. Blin-Stoyle, et. al. (Amsterdam, 1959), p. 141. Un teorema demostrado en 1932 por J. von Neumann (*Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton, 1955, pp. 323-325), según el cual las actuales leyes de la mecánica cuántica son incompatibles con la idea de que pueden encubrir algunas variables causales, fomentó la creencia de que esas leyes representan un límite definitivo a una explicación causal del comportamiento de la materia elemental (véase, Louis de Broglie, *Physics and Microphysics*, Londres, 1955, pp. 195-205). Sin embargo, debido a que implica que no puede haber progreso al nivel semántico, debería haberse sospechado desde el principio del teorema «sin salida» de Neumann. En realidad, Broglie —quien primero lo saludó de modo entusiasta— encontró un fallo en el conjunto de la argumentación (Broglie, *New Perspectives in Physics*, Nueva York, 1962, pp. 99-102). Para una discusión más exhaustiva de la cuestión, véase David Bohm, *Causality and Chance in Modern Physics* (Londres, 1957), pp. 95-97.

La idea opuesta, esto es, que el azar refleja exclusivamente nuestra incapacidad para resolver el inextricable sistema de ecuaciones que gobiernan los fenómenos o para conocer todos los factores involucrados, se encuentra asociada al nombre de Henri Poincaré (*The Foundations of Science*, pp. 159 y s., 395 y s.).

⁵³ H. Margenau, *Open Vistas: Philosophical Perspectives of Modern Science* (New Haven, Conn., 1961), p. 183n.

deraríamos que este resultado respalda la hipótesis de que la probabilidad de esa aparición es $1/2$...; pero, si apareciese solamente 400 veces, rechazamos normalmente la hipótesis... Procedemos de este modo debido a que... hay una aceptación tácita de *cierto* grado de desviación admisible, por muy *vagamente* que nos la podamos formular⁵⁴. Se descubre así el pastel dialéctico de los positivistas.

Efectivamente, el cálculo de probabilidades nos proporciona un número al que los estadísticos denominan grado de confianza en una hipótesis. Ahora bien, qué grado de confianza específico es el que traza «la línea absolutamente nítida y diferenciada» entre una proposición verificada y una falsa es una cuestión que ha de responderse antes de que los positivistas puedan justificar su pretensión relativa a la diferenciación absoluta entre «sentido y sin sentido». Pero no acaba todo aquí. A partir de los teoremas fundamentales del cálculo de probabilidades —aprobados también por la doctrina frecuentista—, se sigue que una moneda verificada como buena con un grado de confianza inmensamente grande podría no obstante mostrar exclusivamente «caras» durante un número infinito de veces⁵⁵. En consecuencia, la definición frecuentista esconde una contradicción de la Lógica, y esa contradicción permanecerá con nosotros en tanto nos neguemos a reconocer que, puesto que cualquier proposición relativa a la probabilidad (entendida como coordenada física) se convierte en probabilidad a efectos de verificación, la definición de probabilidad tiene que ser circular.

El defecto fundamental de la doctrina frecuentista reside en no darse cuenta de que, *contemplada como un todo, una secuencia de observaciones es un acontecimiento aleatorio de igual modo en que lo es una sola observación*. Y, de la misma manera en que una única observación puede ser errática, así puede serlo una secuencia. Por tanto, hemos de tener en cuenta que en algunos casos f_n puede tener un límite distinto de p o no tenerlo en absoluto. Ahora bien, hay que añadir que la probabilidad de una secuencia para la que f_n tiende a p es muy grande y que cuanto más larga es la secuencia mayor es esta probabilidad. Más concretamente, esta probabilidad tiende a la unidad al tender n hacia infinito. Vamos a postular por ello lo siguiente:

Si E es un acontecimiento aleatorio, existe un número p tal que, para cualesquiera números positivos ϵ y δ , existe un número entero N tal que

$$(D_2) \quad 1 > \text{Prob} [|f_n - p| < \epsilon] > 1 - \delta$$

para todo $n > N$.

⁵⁴ Ernest Nagel, «The Meaning of Probability», *Journal of American Statistical Association*, XXXI (1936), p. 22. Las cursivas de «vagamente» son mías.

⁵⁵ Respecto de la aparente contradicción entre esta afirmación y el hecho de que la probabilidad de tal acontecimiento sea «cero», véase el Apéndice A, párrafos 1 y 13.

Hay que aclarar algunos puntos relativos a esta proposición. En primer lugar, es indispensable la condición de que el término central de (D₂) debe ser menor que la unidad, pues sólo de este modo podemos admitir que existan a veces secuencias erráticas. En segundo lugar, la proposición debe contemplarse como ley de la Naturaleza, para la que podemos reservar el nombre de Ley de los Grandes Números, dando así fin a la confusión que rodea habitualmente al carácter de esta ley. En tercer lugar, hay que contemplar la proposición como una definición de probabilidad física; no tenemos más que observar que esta definición incluye tanto el inicio como el fin de un pensamiento completo para darnos cuenta de que no hay otra forma de concebir la probabilidad sino en el más puro sentido hegeliano. Si la probabilidad es el elemento último de la Naturaleza, su definición debe basarse a la fuerza en la probabilidad.

Por otro lado, si la lucha secular con el problema de encontrar una definición *cualitativa* de probabilidad ha dado sólo como resultado interminables controversias entre las diferentes doctrinas, se debe, en mi opinión, a que se ha dedicado muy poca atención a la singular noción de aleatoriedad, y ello porque la raíz dialéctica descansa de hecho en esta noción y la probabilidad es únicamente un aspecto aritmético de ella.

Está fuera de toda duda que la noción de aleatoriedad lleva consigo una contradicción irreductible. Para empezar, el orden aleatorio debe ser lo suficientemente irregular como para excluir toda posibilidad de representarlo por medio de una fórmula analítica. Esta es la esencia de la muy interesante observación de Borel en el sentido de que la mente humana es incapaz de reproducir el riesgo⁵⁶. Ahora bien, hace ya mucho tiempo Joseph Bertrand preguntaba: «¿Cómo es posible que hablemos de las leyes del riesgo? ¿No es el riesgo la antítesis de cualquier ley?»⁵⁷. La respuesta a la pregunta de Bertrand es que la aleatoriedad no significa algo totalmente fortuito, esto es, una ausencia completa de orden. La oposición entre la tesis de la irregularidad de la aleatoriedad y la antítesis del orden peculiar de la misma encuentra su síntesis en la noción de probabilidad. De aquí nace el carácter circular de la definición de probabilidad, ya sea en la forma laplaceana o en la frecuentista.

Otro resultado de la argumentación anterior es que la oposición entre la opinión de Poincaré —que la aleatoriedad es un residuo de la imperfección o falta de acabado de nuestro conocimiento— y el dogma de la física

⁵⁶ Émile Borel, «Sur l'imitation du hasard», *Comptes Rendus, Académie des Sciences*, CCIV (1937), pp. 203-205. Sin embargo, la pretensión de Borel (Émile Borel, «Les probabilités», *Encyclopédie Française*, I, 1. 96-4) de haber ofrecido una demostración de esa imposibilidad es falsa.

⁵⁷ Joseph Bertrand, *Calcul des probabilités* (Paris, 1889), p. vi. La traducción es mía.

moderna —que la aleatoriedad es un aspecto intrínseco del modo de ser de las cosas en general— es totalmente ficticia. Como sucedía frecuentemente en su caso, Poincaré ofreció algunas sorprendentes demostraciones de cómo pueden surgir comportamientos estadísticos estables a partir de relaciones causales si variaciones muy pequeñas en las condiciones iniciales del sistema (una ruleta, por ejemplo) producen resultados sensiblemente diferentes⁵⁸. No obstante, todas esas pruebas dan por supuesto que las condiciones iniciales están sujetas a alguna ley probabilística, no necesariamente conocida. Es decir, Poincaré no creó la aleatoriedad a partir de una estructura puramente causal; y, al completar la justificación de su postura de que la aleatoriedad está ligada a la ignorancia, Poincaré explicó que la información proporcionada por las probabilidades «no dejará de ser cierta hasta el día en que se conozcan mejor esos fenómenos (fortuitos)»⁵⁹. La afirmación pone al descubierto la esencia de toda la cuestión, porque, supongamos que descubrimos un día algunos fenómenos subcuánticos que nos permitan predecir qué átomo, o átomos, de radio se desintegrará primero; aun así, seguiremos teniendo que explicar por qué la desintegración de los átomos dejados a sí mismos sigue un orden aleatorio.

Por todo ello, podemos entender por qué, incluso desde el ocaso de la mecánica estadística, los físicos han mostrado una acusada debilidad por la idea de que la aleatoriedad puede generarse por un sistema regido *únicamente* por relaciones causales. Entre los numerosos intentos realizados para justificar esta idea, el de David Bohm proporciona una base muy instructiva. Al explicar que si los accidentes de automóvil son impredecibles se debe exclusivamente a que no podemos determinar ni tener en cuenta *ante* todos los numerosos factores que explican *ex post* cada accidente específico, Bohm no hace sino seguir a Poincaré⁶⁰. Lo mismo es cierto en lo que se refiere a su postura de que el mundo está gobernado por leyes infinitamente numerosas y, por tanto, de que hay siempre infinitud de leyes o factores que permanecen más allá del alcance de la ciencia⁶¹. Ahora bien, no está siempre claro lo que intenta construir sobre esa base. En efecto, dice que «la hipótesis de que las leyes de la Naturaleza constituyen una serie infinita de pequeños y más pequeños pasos que aproximan lo que en esencia es un límite mecanicista es tan arbitraria e improbable como lo es la hipótesis de un conjunto finito de leyes que permiten un tratamiento

exhaustivo de la Naturaleza en su conjunto»⁶². Esta afirmación demuestra que Bohm reconoce implícitamente la existencia de una irreducible aleatoriedad *residual*, pero entonces es incomprensible su posterior afirmación de que la aleatoriedad es el resultado de que los infinitos factores «dejados fuera de semejante sistema teórico [finito] se encuentran sometidos en general a algún tipo de fluctuaciones aleatorias»⁶³. Y ello porque, si suponemos una aleatoriedad residual, se derivan inmediatamente dos conclusiones: en primer lugar, la hipótesis adicional de infinitas leyes que gobiernan el mismo fenómeno no es necesaria ya para explicar la aleatoriedad, y, en segundo lugar, sin considerar cuántos factores se dejan sin tener en cuenta, las desviaciones de los observados a partir de valores «teóricos» no son puramente errores aleatorios. La razón por la que Bohm introduce la infinitud de leyes consiste en que espera justificar la última proposición en base al «conocido teorema [de acuerdo con el cual] los efectos de las fluctuaciones aleatorias tienden a anularse»⁶⁴. Sin embargo, el famoso teorema tiene influencia sobre la realidad si, y sólo si, cada efecto se produce por una causa *aleatoria* que ha de definirse con independencia del teorema; y, si cada causa está sujeta a la aleatoriedad, tampoco necesitamos una infinitud de ellas para explicar esa aleatoriedad. Al igual que sucede con otros muchos autores que escriben sobre probabilidad, Bohm parece confundir aquí un teorema matemático abstracto con el comportamiento real de la Naturaleza. Esa confusión aparece ingenuamente obvia en su afirmación (tan querida por algunos físicos) de que una «ley determinada» genera siempre aleatoriedad a condición de que el mecanismo al que rige sea tal que variaciones sumamente pequeñas en las condiciones iniciales produzcan resultados sensiblemente diferentes. Como sucede en otras argumentaciones similares, lo que Bohm demuestra de hecho es un teorema geométrico ergódico, lo que, huelga decir, es una oposición antitética a la idea de aleatoriedad⁶⁵.

⁶² *Ibid.*, p. 134. En este contexto, hay que resaltar la opinión opuesta, compartida por muchos estadísticos que trabajan en campos aplicados; de modo explícito o implícito, piensan que si la función de regresión incluye todos los «factores no específicos» se obtendría una correlación perfecta (esto es, una relación totalmente determinada). La idea es que el producto

$$1 - R_{1,23,\dots,n}^2 = (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13,2}^2)\dots(1 - r_{1,23,\dots,n-1}^2),$$

donde R y las r son las notaciones estándar de los coeficientes de correlación, debe tender a cero para $n \rightarrow \infty$, ya que decrece con cada uno de los sucesivos factores,

$$1 - r_{1,23,\dots,n-1}^2 < 1.$$

Sin embargo, en base a fundamentos puramente matemáticos, el límite de ese producto no tiene que ser necesariamente cero.

⁶³ *Ibid.*, p. 145; también Bohm y Schützer, p. 1.008.

⁶⁴ Bohm, p. 23.

⁶⁵ Bohm y Schützer, pp. 1.024 y ss. Véase más sobre esta cuestión en el Capítulo VI, Sección 3, posterior.

⁵⁸ Henri Poincaré, *Calcul des probabilités* (París, 1912), pp. 146-152, y Poincaré, *Foundations of Science*, pp. 403-406.

⁵⁹ Poincaré, *Foundations of Science*, p. 396.

⁶⁰ Bohm, *Causality and Chance*, pp. 2 y s., 21 y ss. Véase también D. Bohm y W. Schützer, «The General Statistical Problem in Physics and the Theory of Probability», *Nuovo Cimento*, Supl. Serie X, II (1955), pp. 1.006-1.008.

⁶¹ Bohm, *Causality and Chance*, *passim*.

Curiosamente, los autores que se proponen demostrar el carácter reducible de la aleatoriedad a la causalidad alcanzan por lo general una punta del velo que cubre a la falacia de sus argumentos formales. Así, Bohm parece ignorar que la mecánica por sí sola no puede justificar la proposición de que, debido a la asimetría del dado y a la complejidad del movimiento de la mano, «a largo plazo y por término medio, esas fluctuaciones [del resultado] no favorecen a ninguna cara en particular»⁶⁶. Por otra parte, tomar esta proposición como fundamento independiente de aleatoriedad y probabilidad significa remontarse al viejo Laplace y a su subjetivo Principio de la Razón Insuficiente.

La única solución consiste en enfrentarse al hecho de que en la idiosincrasia del mundo real hay un orden que, debido a su carácter dialéctico en sentido hegeliano, no puede representarse por medio de una fórmula analítica. Lo mismo que el sufrimiento no puede existir sin heridas o sin un individuo sensible, la aleatoriedad es un elemento de relación. Las dos opiniones opuestas sobre la aleatoriedad, a las que nos hemos referido aquí, son los dos extremos del mismo puente tendido entre la comprensión humana y el mundo real.

⁶⁶ Bohm y Schützer, p. 1.011. El más convincente contraejemplo de esta tesis es el hecho de que, incluso aunque la secuencia de los números «aleatorios» de Montecarlo se construya a través de un procedimiento que satisfaga tanto la condición de inestabilidad como la de tendencias estadísticas, tal secuencia alcanza finalmente una cadencia constante. Esa situación es totalmente análoga al famoso error de Poincaré al afirmar que los tercetos guarismos decimales de una tabla de logaritmos forman una secuencia aleatoria (Poincaré, *Foundations of Science*, pp. 161 y s.).

CAPÍTULO III

CAMBIO, CUALIDAD Y PENSAMIENTO

1. *Ciencia y Cambio*. Como se explicó en el capítulo inicial, la filosofía griega comenzó preguntando por la razón de que las cosas cambien, pero el reconocimiento del Cambio planteó pronto el problema epistemológico más formidable. ¿Cómo es posible el conocimiento si las cosas cambian continuamente, si «no se puede entrar dos veces en los mismos ríos, como afirmaba el críptico Heráclito»?¹ Desde entonces, hemos venido luchando con el problema de saber qué es *lo mismo* en un universo cambiante. Como inquirió Mach, ¿qué es «lo mismo» en un vapor de sodio que, al aumentar la temperatura, cambia de violeta a amarillo? O, como planteó Bridgman, ¿qué es «lo mismo» en un vaso de agua que se evapora continuamente?² Son numerosos los intentos constantes de contestar a esa pregunta utilizando esquemas aritmómicos (examinaremos dentro de poco el más ambicioso de todos ellos, llevado a cabo por Bertrand Russell). La observación hecha por David Bohm de que en cada momento una cosa tiene «un enorme (de hecho, infinito) número de aspectos que son comunes a los que tenía hace poco»³ pone de manifiesto por qué la cuestión planteada por Mach se encuentra lejos de ser ociosa; a pesar de todo, esa observación no la contesta. Muchas cosas actuales tienen un infinito número de aspectos comunes a cada una de ellas e igualmente comunes a muchas cosas de hace poco tiempo. De este modo, seguimos sin conocer cuál de todos los posibles pares de una cosa pasada y otra actual representa la «misma cosa». Y, si nos quedamos satisfechos con el argumento de la continuación temporal de una cualidad específica de las cosas observadas, en ese caso debemos aceptar sin ningún género de dudas como perfectamente científico el procedimiento por el

¹ Fragmento 41 en J. Burnet, *Early Greek Philosophy* (4.^a edición, Londres, 1930), p. 136. Las cursivas son mías.

² Ernst Mach, *Popular Scientific Lectures* (Chicago, 1895), p. 202; P. W. Bridgman, *The Logic of Modern Physics* (Nueva York, 1928), p. 35. Bridgman añade que hasta $2 + 2 = 4$ se derrumba si se aplica a «esferas de un gas que se expande y se interpenetra».

³ David Bohm, *Causality and Chance in Modern Physics* (Londres, 1957), p. 157.

que el lamaísmo decide quién es el *mismo* Dalai Lama por encima de la vida y la muerte.

Por otro lado, si no hubiese Cambio en absoluto, es decir, si las cosas hubiesen sido y fueran a ser siempre como son, toda ciencia quedaría reducida a una especie de geometría: *ubi materia, ibi geometria*, donde hay materia, hay geometría, como enseñó Kepler.

Se cortó el nudo, no se desató, gracias a la distinción —introducida bastante pronto— entre cambio de esencia y cambio de lugar⁴. Y, dado que, como lo expresó en forma sencilla Aristóteles, «el lugar no es parte de las cosas ni una cualidad de las mismas»⁵, pareció oportuno acordar que todo Cambio es locomoción, siendo el cambio de esencia pura apariencia. Para evitar toda posible referencia a la cualidad, la antigua doctrina atomista creada por Leucipo afirmaba que el Cambio consiste exclusivamente en la locomoción de las partículas atómicas de una materia *uniforme y eterna*. La primera crítica sistemática del atomismo monista fue la de Aristóteles, quien opuso la doctrina de la materia y la forma, lo que le llevó a analizar el Cambio en cambio (1) de lugar, (2) de cantidad (relacionado con el cambio por creación o destrucción) y (3) de cualidad⁶. Aun cuando desde entonces nos hemos ajustado en principio a este análisis, la actitud de la ciencia hacia el Cambio ha seguido un curso histórico muy desigual.

En primer lugar, el atomismo sufrió un eclipse total a lo largo de casi dos mil años hasta que Dalton lo resucitó a comienzos del pasado siglo; a partir de aquí, llegó gradualmente a gobernar casi todos los sectores de la física. Sin embargo, los recientes descubrimientos de una tras otra partícula intratómica, todas ellas cualitativamente diferentes, han privado al atomismo monista de todas sus virtudes epistemológicas. Al ser actualmente reconocida como atributo primario de la materia elemental, la cualidad no es reducible ya a la locomoción. Así pues, por el momento se ha justificado de esta manera un aspecto de la doctrina aristotélica.

Durante bastante tiempo, el cambio por creación y destrucción persistió en las especulaciones escolásticas, pero, tras los diversos principios de conservación descubiertos por la física a lo largo de los cien últimos años, nos llegamos a convencer de que este tipo de cambio estaba enterado para siempre. Sólo los cosmólogos siguieron hablando de la creación del universo. Sin embargo, la idea de que la materia se crea y se destruye continuamente en cada rincón del universo ha adquirido recientemente el apoyo creciente de cierto número de físicos. Si llegase a

⁴ Véase, por ejemplo, Platón, *Parménides*, p. 138.

⁵ Aristóteles, *Physics*, 209^b 26-27, 221^a 1.

⁶ *Physics*, 190^a 33-37, 260^a 27-29.

ser una hipótesis válida, podría no sólo revolucionar la cosmología sino también resolver el mayor misterio de la física, el de la gravitación⁷. El universo sería igualmente más inteligible, pues sus leyes serían entonces verdaderamente invariantes con respecto al Tiempo. Por todo ello, es muy posible que tuviéramos que volver a las opiniones de Aristóteles y reconsiderar el moderno axioma de que «el concepto de energía sin conservación carece de sentido»⁸. A decir verdad, sabemos ya que el concepto de entropía (que nos va a ocupar en los capítulos siguientes) no carece de sentido, a pesar del hecho de que el auténtico carácter de la entropía es crecer continuamente.

El cambio cualitativo no ha dejado nunca de ser un tema central de las ciencias de la Naturaleza, pero, una y otra vez, la admiración producida por los éxitos operativos de la física en casi todos los sentidos —a pesar de su decisión de ignorar el Cambio— nos ha llevado erróneamente a pensar que la ciencia no puede estudiar el Cambio. Los científicos sociales, en especial, continúan alabando fervientemente este principio, pero lo incumplen⁹. A pesar de todas estas declaraciones y de las repetidas argumentaciones en su apoyo, podemos reconocer igualmente bien que la máxima ambición de toda ciencia es descubrir las leyes de cualquier Cambio que se ponga de manifiesto en su campo fenomenológico.

Es ésta la tarea más sugestiva de la ciencia. Frente a lo que sostienen muchos científicos¹⁰, la madurez de cualquier ciencia no se mide por el grado en que ha sido capaz de construir una representación mecánica de su campo fenomenológico específico; en lugar de eso y como afirma David Bohm (¡un físico!), la madurez debe juzgarse por la capacidad de «considerar el proceso por el que las cosas *se han convertido* en lo que son, partiendo de lo que una vez *fueron*, y por el que continúan cambiando y convirtiéndose de nuevo en algo distinto en el futuro»¹¹. Para hacer esto, hasta los astrofísicos, no sólo los biólogos, han de recurrir a la doctrina aristotélica del Cambio, en su fondo y en su forma. Como explica Gamow, la creación en la hipótesis de la «Gran Explosión» significa «hacer algo bien formado a partir de lo informe»¹². No es superfluo, por tanto, plantear una gran interrogación en lo que se refiere a la extendida disposición de la economía a ignorar el cambio cualitativo y hasta a minimizar con ello todas

⁷ Más adelante (Capítulo VIII), se discutirá con cierto detalle esta hipótesis. Aquí deseo resaltar únicamente que la idea de que la materia se crea y se destruye continuamente ya había sido reavivada en otros círculos. Véase, por ejemplo, Henri Bergson, *Creative Evolution* (Nueva York, 1913), pp. 246n y 368 y s.

⁸ Bridgman, *Logic of Modern Physics*, p. 127.

⁹ Por ejemplo, Frank H. Knight, *The Ethics of Competition* (Nueva York, 1935), p. 21.

¹⁰ Por ejemplo, Henri Poincaré, *Mathematics and Science: Last Essays* (Nueva York, 1963), p. 8.

¹¹ Bohm, *Causality and Chance in Modern Physics*, p. 15.

¹² G. Gamow, *The Creation of the Universe* (Nueva York, 1952), p. vii.

las preocupaciones, a pesar de que en el campo económico el Cambio es, aun más que en la astrofísica, el alma del acontecer.

2. *Cambio y conceptos dialécticos*. El indudablemente difícil problema de describir el cambio cualitativo se deriva de una razón fundamental: ese cambio evita la esquematización aritmomórfica. El leitmotiv de la filosofía de Hegel: «donde hay movimiento, donde hay vida, donde algo se lleva a cabo en el mundo real, actúa la Dialéctica»¹³ es propenso a no ser grato a una mente acostumbrada a la filosofía mecanicista. Sin embargo, lo cierto sigue siendo que el Cambio es la fuente de todos los conceptos dialécticos. Por ejemplo, «democracia», «feudalismo», «competencia monopolística» son conceptos dialécticos porque las organizaciones políticas y económicas evolucionan continuamente. Lo mismo es aplicable al «organismo vivo»: la vida biológica consiste en una continua e insinuadora transformación de materia inerte en materia viva. Lo que hace de «necesidad» un concepto dialéctico es que los medios de satisfacer necesidades pueden cambiar con el tiempo y el lugar: la especie humana hubiera desaparecido hace mucho si nuestras necesidades hubiesen sido inflexibles como un número. Por último, «especie» es dialéctica, porque toda especie «incluye el desconocido elemento de un acto diferenciado de creación»¹⁴.

La razón que forzó a Platón a excluir todo *cambio cualitativo* de su universo de ideas aritmomórficas es evidente. Por otro lado, Platón no discute la cuestión de si el movimiento se encuentra también excluido de ese universo, pero podemos estar casi seguros de que no tenía intención alguna —pues no había necesidad de ello— de concebir tal universo como *inmóvil*. De este modo, reconoció implícitamente que una estructura aritmomórfica es incompatible con el cambio cualitativo, mas no con la locomoción, incluso aunque admitió que el Cambio se compone de ambos¹⁵. Como resultado de ello, y como sucedía con la generación precedente, Platón seguía sin comprender las paradojas de Zenón y no pudo aclararlas.

Con sus paradojas, Zenón pretendía poner de manifiesto los defectos de la doctrina pitagórica de los Muchos frente a la doctrina de Parménides del Uno. La paradoja de la flecha, en concreto, intenta demostrar que hasta la locomoción es incompatible con una estructura molecular (esto es, aritmomórfica) del Espacio y del Tiempo, porque, reinterpretando a Zenón, si en un instante dado la flecha está en un lugar *discretamente diferenciado*, ¿cómo puede moverse a otro lugar semejante? Algunos afirman que la paradoja se resuelve definiendo la locomoción como relación entre una

variable tiempo y una coordenada espacial¹⁶; el hecho de que esta solución «matemática» es suficientemente buena para la física está fuera de duda. Ahora bien, desde determinado punto de vista, la paradoja es más sencilla de lo que esta solución sugiere, mientras que desde otras perspectivas es más complicada.

Es más sencilla, puesto que todo lo que Zenón hace es ignorar la diferencia cualitativa existente entre «estar en un lugar» y «moverse a través de un lugar», es decir, entre «reposo» y «movimiento». El error cometido intencionadamente por Zenón e inconscientemente por todos los que se engañaron creyendo haber vencido a la paradoja por medio de simples fórmulas matemáticas consistió en ignorar el hecho de que, si nos referimos exclusivamente a un instante del tiempo, es imposible distinguir entre «reposo» y «movimiento». Una fotografía perfectamente instantánea de un automóvil no puede revelar de ninguna manera si tal automóvil se encontraba parado o en movimiento; para saber qué es lo que sucedía, precisamos observar al automóvil durante un intervalo temporal, aunque sea breve. Sin duración, ni siquiera el «reposo» tiene significado alguno. Como contestó Aristóteles a la paradoja de Zenón, tanto el movimiento como el reposo «deben ocupar tiempo»¹⁷. Y, de acuerdo con Louis de Broglie, cuya insistente preocupación por la oposición entre partícula y onda en la microfísica es única entre los físicos, existe en esa paradoja una sutileza únicamente puesta de relieve por la física moderna: «lo que se encuentra en un punto no puede estar en movimiento o evolucionar, lo que se mueve o evoluciona no puede estar en ningún punto»¹⁸.

Así pues, la paradoja es más compleja de lo que nos hace creer su solución matemática, pues revela la confusión que rodea a la idea de que Espacio y Tiempo no son *conjuntos continuos* sino mera *multiplicidad de puntos indivisibles*. Como lo han señalado repetidamente muchas autoridades matemáticas, todas estas cuestiones siguen con nosotros a pesar de los espléndidos logros de Dedekind, Weierstrass y Cantor en lo que respecta al continuo matemático¹⁹. Es indudable que lo que principalmente buscaban esos famosos matemáticos era una formalización matemática del continuo intuitivo; Dedekind, en especial, refería constantemente su argumentación a los aspectos intuitivos del continuo lineal²⁰. Sin embargo, la afirmación

¹⁶ Por ejemplo, Bertrand Russell, *The Principles of Mathematics* (Cambridge, Ingl., 1903), cap. liv. ¹⁷ Aristóteles, *Physics*, 234^a 8-9.

¹⁸ Louis de Broglie, *Physics and Microphysics* (Londres, 1955), p. 126.

¹⁹ Por ejemplo, Hermann Weyl, *Das Kontinuum* (Leipzig, 1918), p. 16; Henri Poincaré, *The Foundations of Science* (Lancaster, Pa., 1946), pp. 51 y s.

²⁰ R. Dedekind, *Essays on the Theory of Numbers* (Chicago, 1924), pp. 6-12. En realidad, hasta Weierstrass, el número irracional no tenía otra base en las matemáticas sino la representación geométrica heredada de los pitagóricos. Véase G. Cantor, *Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers* (Nueva York, sin fecha), p. 17.

¹³ G. W. F. Hegel, *The Logic of Hegel*, traduc. de W. Wallace (2.^a edición, Londres, 1904), p. 148.

Una página antes, dice que «el principio dialéctico constituye el alma y la vida del progreso científico».

¹⁴ Charles Darwin, *The Origin of Species* (6.^a edición, Londres, 1898), p. 30.

¹⁵ Platón, *Parménides*, p. 139.

de Bertrand Russell —escuchada ahora igual que entonces— de que «ninguna otra continuidad [distinta de la del continuo aritmético] está implícita en el espacio y en el tiempo»²¹ carece por completo de base. Lo cierto es que la proposición de que existe una correspondencia exacta entre los números reales y los puntos de una línea es bien un axioma, o una definición matemática de línea²².

Los desarrollos llevados a cabo en las matemáticas —posteriores a la citada afirmación de Russell— demuestran que está lejos de ser infundado el principio aristotélico de que el punto es el límite de la línea, no *parte* de ella²³.

En primer lugar, la moderna teoría de la medición representa un tardío reconocimiento de que al menos el principio no se preocupa de un pseudoproblema. Todavía más eficaz es el famoso teorema de Ernst Zermelo de que el continuo aritmético puede ser perfectamente metódico, lo que implica que todo número real tiene un inmediato sucesor. Incluso aunque no se pueda *dar nombre* a ese vecino inmediato, la prueba de que existe tiene que ver con una cuestión establecida antes, concretamente que un número tiene una individualidad perfectamente aislada²⁴. Cualesquiera que sean las propiedades que pueda tener el continuo aritmético, su estructura es en todo caso la de las cuentas de una sarta, pero *sin la sarta*.

Creo que no hay ninguna necesidad de insistir en el aspecto de que cada elemento del continuo aritmético es exactamente igual que una cuenta, «una cosa individual absolutamente distinta de las otras y, además, absolutamente indivisible»²⁵. Esta cuestión es hoy en día un lugar común matemático. Partiendo de esta base, hasta Henri Bergson observó de forma penetrante que «postular la impenetrabilidad de la materia significa simplemente reconocer la solidaridad de las nociones de número y espacio,

²¹ Russell, *Principles of Mathematics*, p. 260.

²² Véase G. D. Birkhoff: «A Set of Postulates for Plane Geometry, Based on Scale and Protractor», *Annals of Mathematics*, XXXIII (1932), p. 329, y Cantor, *Contributions*, p. 30.

²³ Aristóteles, *Physics*, 231^a 25-29.

²⁴ Los lógicos modernos han adquirido una costumbre muy especial: cada vez que surge una paradoja, legislan nuevas reglas proscribiendo alguno de los pasos por los que se ha llegado a tal paradoja. Evidentemente, el procedimiento significa nada menos que el harakiri de la razón. (Véase H. Weyl, *Philosophy of Mathematics and Natural Science*, Princeton, 1949, p. 50. Véase también la aguda crítica de Henri Poincaré, *Foundations*, pp. 472 y ss., especialmente p. 485). En cualquier caso, no *resuelve* la paradoja sino que simplemente la *aplaza indefinidamente*. Por lo que se refiere al teorema de Zermelo, la propuesta consiste en prohibir que se elija un miembro de un conjunto sin darle realmente un nombre. Para emplear la altamente instructiva analogía de Bertrand Russell, en *Introduction to Mathematical Philosophy* (Nueva York, 1930), p. 126, a pesar de que sería legítimo elegir la bota izquierda de un par de botas, elegir un calcetín de un par de calcetines idénticos sería una operación ilícita. No en absoluto por qué la última elección sería incorrecta en un campo como las matemáticas en el que en toda época se han llevado a cabo operaciones mucho más raras. ¿No constituye una idea sumamente extraña la de casar nadie con nadie, como sucede al levantar sobre sí mismo el plano del conjunto nulo?

²⁵ Poincaré, *Mathematics and Science: Last Essays*, p. 30.

enunciar una propiedad de los números antes que de la materia», y al menos un famoso físico aprobó con entusiasmo la idea²⁶. Ahora bien, la metáfora que se refiere a la «sarta» —a cuyo través deseo transmitir la idea de que las cuentas del continuo aritmético están colocadas una junto a otra como las de un collar normal— podría requerir una elaboración adicional; dado que tal elaboración no puede rehuir de ninguna manera los tecnicismos, se relega al Apéndice A.

3. *El continuo intuitivo frente al aritmético*. Hay una auténtica sabiduría en el consejo de que la ciencia no debiera tomar prestadas palabras del lenguaje corriente para designar sus conceptos de reciente creación. Si una palabra se ha estado empleando durante mucho tiempo, se produce una pegajosidad resistente entre esa palabra y sus antiguas connotaciones. Aun cuando sean totalmente extrañas al nuevo concepto, algunas de esas connotaciones pueden caer inadvertidamente en la imagen mental que tenemos de aquel y llevarnos a no tener presente la diferencia entre los nuevos y los viejos conceptos. Al final de su vida, el constructor del moderno utilitarismo, Jeremy Bentham, lamentaba que «*utilidad* era una palabra desafortunadamente elegida» para el concepto especial que tenía pensado para la nueva ciencia política²⁷; el análisis económico sigue pagando un elevado precio por esa desafortunada elección. De modo semejante, el uso de la palabra «continuo» para denotar un agregado de elementos aislados, discretamente diferenciados, es sin duda alguna responsable de las frecuentes afirmaciones de que no existe otro tipo de continuidad. A pesar de todo, antes de que el continuo aritmético adquiriese su legítimo rango dentro de las matemáticas, la noción denotada por continuo tenía la finalidad de expresar una propiedad intuitiva de Tiempo, Espacio e incluso Naturaleza, la de ser conjuntos *sin suturas*.

El aforismo de que «las cosas que están en un universo no están separadas ni cortadas unas de otras con un hacha» se remonta al clásico Anaxágoras²⁸. A diferencia del continuo aritmético, el continuo universo no tiene agujeros ni siquiera junturas en las que, como creía Platón, un buen escultor pudiera separar una especie de otra²⁹. En mayor medida que cualquier otra cosa, los números son cortes artificiales que hemos hecho en ese conjunto. Evidentemente, dado cualquier conjunto, podemos hacer en él tantos cortes como queramos, pero la afirmación inversa, implícita en el posi-

²⁶ Henri Bergson, *Essais sur les données immédiates de la conscience* (Ginebra, 1945), p. 77; Louis de Broglie, *Physique et microphysique* (París, 1947), p. 208. (Tengo que remitir al lector al original francés de la obra de Broglie, ya que en la traducción inglesa el capítulo sobre Bergson está irreconociblemente alterado).

²⁷ Jeremy Bentham, *The Works of Jeremy Bentham*, edic. de J. Bowring (11 volúmenes, Edimburgo, 1838-1843), X, p. 582.

²⁸ Anaxágoras, Fragmento 8, en Burnet, *Early Greek Philosophy*, p. 259.

²⁹ Platón, *Phaedrus*, p. 265.

tivismo aritmético, de que puede reconstruirse el conjunto a partir de sus cortes está por completo en el aire.

La objeción corriente planteada por el absolutismo de la Lógica en el sentido de que nadie ha sido capaz hasta ahora de ofrecer una definición formal del continuo intuitivo se basa en un hecho sólido que, no obstante, no constituye prueba alguna contra la validez de ese concepto. El continuo intuitivo pertenece a esa categoría especial de conceptos sobre los que podemos disertar entre nosotros sin ser capaces de definirlos. A pesar de ser incondicional de la Lógica (llevó a cabo el intento más ilustre de reducir la Aritmética a Lógica), G. Frege advirtió a los absolutistas lógicos que, por ser «lógicamente simple [fundamental], no es posible una definición; no hay más remedio que guiar al lector o al oyente, a través de insinuaciones, a comprender las palabras como se desea»³⁰. Esta categoría es el hábitat natural de todos los conceptos dialécticos, que descienden en realidad del correspondiente al continuo intuitivo; el propio Cambio es inconcebible sin este continuo.

Cabría argüir también que al amparo de la dialéctica podrían introducirse en la ciencia algunos disparates. De hecho, se han introducido así muchos disparates, pero otros muchos han penetrado en la ciencia revestidos de un espléndido manto lógico. Nos guste o no, no disponemos de la piedra filosofal que permita descubrir con rapidez un disparate. En lo que se refiere al continuo intuitivo, sería el colmo de la ineptitud (o de la arrogancia intelectual) afirmar que la mente humana ha construido el continuo aritmético por puro capricho de la mente, sin estar guiada por ninguna forma conceptual preexistente. Si fuese así, estaríamos ante el mayor milagro desde la Creación: un concepto que salió de la nada y partió de cero y que, no obstante, logra encajar perfectamente en el espacio y tiempo de las ciencias físicas. Los hechos históricos nos eximen de prestar atención a este enigma pues demuestran que no existe tal milagro. El continuo aritmético es el producto de una dura lucha con el problema de cómo representar el continuo intuitivo de forma que la mayor parte posible de su contenido se haga accesible al análisis matemático. «En la época en la que se desarrolló la teoría del continuo aritmético, la única concepción del continuo existente era la de que venía dado por la intuición», afirma un matemático de enorme reputación³¹. El problema de representar el continuo intuitivo no dejó de preocupar a los matemáticos incluso después de que el continuo aritmético se construyese en la forma que actualmente conocemos. Siguió después muchos interesantes intentos de incorporar rasgos del continuo intuitivo que se habían dejado fuera del aritmético³².

³⁰ *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, editores P. Geach y M. Black (Oxford, 1960), p. 43.

³¹ E. W. Hobson, *The Theory of Functions of a Real Variable and the Theory of Fourier's Series* (2 volúmenes, Nueva York, 1957), I, p. 53.

En consecuencia, no viene al caso afirmar que la noción de continuo intuitivo se convirtió en un disparate después de haber servido al objetivo de llevar al continuo aritmético. No existe analogía alguna entre el caso del continuo intuitivo y, por ejemplo, la vieja creencia de que toda función continua tiene derivada; esa creencia llevaba consigo un error de la Lógica, la injustificada identificación de dos construcciones matemáticas diferentes. Por otra parte, al ser el problema del continuo intuitivo de carácter epistemológico, no existe prueba alguna imaginable con la que determinararlo.

Podemos decir, no obstante, que la imposibilidad de definir formalmente el continuo intuitivo es una consecuencia lógica de la oposición entre la propiedad esencial que tienen los números de ser diferenciadamente discretos y la propiedad característica del continuo intuitivo de componerse de elementos dialécticamente superpuestos y que no dejan resquicio alguno. Posiblemente, el modo más apropiado pese a todo de expresar esta peculiar estructura sea la sugerencia de Poincaré: en el continuo intuitivo, $A = B$, $B = C$ es perfectamente compatible con $C > A$ ³³. Con ello quiso significar que, incluso aunque A sea indistinguible de B y B de C , C puede distinguirse de A , una propiedad que recuerda mi propia noción de la penumbra dialéctica que separa A de su contrario. Sin embargo, debemos guardarnos del pecado mortal de atribuir a los signos en estas relaciones sus significados aritméticos y de someterlos entonces a análisis utilizando las leyes de la Lógica. Sólo haciendo precisamente eso pudo Borel haber llegado a la conclusión de que la idea de Poincaré es absurda³⁴. La cuestión es que, cualesquiera nuevas ideas pueda ofrecer el futuro para ampliar el actual concepto de continuo aritmético, no parece posible resolver el conflicto que existe hoy en día entre la realidad construida con números y nuestra intuición. No hay forma alguna de que, desde el punto de vista aritmomórfico, tenga sentido la idea de Poincaré. De modo análogo, nuestra intuición se revela contra ciertos resultados del análisis aritmético. Un excelente ejemplo de ello lo proporciona el conjunto ternario de Cantor; se trata de un subconjunto del intervalo $(0, 1)$ y, aunque tiene la misma potencia (esto es, los mismos puntos) que el intervalo, su medida es cero. La singularidad de todo ello es que entonces podría parecer posible supri-

³² Véase el Apéndice A de este volumen.

³³ Poincaré, *The Foundations of Science*, p. 46.

³⁴ Émile Borel, *Probability and Certainty* (Nueva York, 1963), pp. 106-109. La argumentación de Borel es que a partir de $A = B$, $B = C$, $A < C$ debe derivarse necesariamente que $A < B < C$, porque, si $C < B$ o $B < A$, entonces $A < B$ o $B < C$, respectivamente; así pues, una de las premisas quedaría desmentida. Extrañamente, Borel no se dio cuenta de que su error era doble: como se observa fácilmente, su argumentación no es sólida, ni siquiera de acuerdo con las leyes de la Lógica. Un ejemplo contrario de tipo formal se encuentra en mi análisis del umbral en la elección, en el artículo «The Pure Theory of Consumer's Behavior» (1936), reimpreso en *AE*, pp. 158 y s.

mir un enorme número de puntos materiales de una regla sin afectar en absoluto a su contenido material ni a su estructura³⁵.

Ahora bien, concluir que en este conflicto existente entre nuestra intuición y el edificio construido con números es nuestra intuición la única que yerra, constituye la forma más evidente de incongruencia. Así, por ejemplo, una de las actuales crisis sufridas por la microfísica se deriva precisamente del hecho de que las teorías habituales suponen que las partículas elementales son meros puntos en un continuo aritmético tridimensional³⁶. E incluso aunque nuestra actual concepción es que la Naturaleza está hecha de cuantos indivisibles, la misma concepción rechaza la idea de que las cosas puedan estar «cortadas unas de otras». Como recaló Niels Bohr, el objeto y el instrumento de los físicos forman un conjunto indivisible: al menos un cuanto se superpone a ambos. En realidad, el objeto, el instrumento y el observador forman un conjunto indivisible, ya que debe haber al menos un cuanto en el instrumento y en el observador.

4. *Instantes de tiempo y duración*. En relación con el asunto que se acaba de discutir, no debiera pasarse por alto el hecho de que nada menos que un coautor de los *Principia Mathematica*, Alfred North Whitehead, ha erigido todo su sistema filosófico sobre la diferencia esencial entre el continuo del universo y el del análisis aritmético. Que centrarse su argumentación en el Tiempo es natural, pues el Tiempo es el auténtico origen del continuo intuitivo. Pero la esencia de la postura filosófica de Whitehead no es totalmente nueva; antes de él, y posiblemente con mayor insistencia, Henri Bergson vio en la peculiar naturaleza del Tiempo la respuesta a muchos problemas filosóficos, en especial al de la conciencia y la evolución.

Nuevamente Aristóteles fue el primero en afirmar que el tiempo no está hecho de instantes puntuales sucesivos como los puntos de una línea³⁷. Ese mensaje se ha repetido de diversas formas a lo largo de los siglos posteriores. En la época moderna, ha sido revivido no sólo por filósofos como Henri Bergson o Whitehead sino también por eminentes físicos: el «ahora» de nuestra experiencia no es el punto de separación en matemáticas³⁸. Sin embargo, Bergson y Whitehead van mucho más allá y explican por qué la diferencia importa en la ciencia, a pesar de que a la física le haya ido estupendamente bien sin haberse preocupado de forma abierta del continuo intuitivo. Como lo reconoce Whitehead³⁹, ambos insisten en que el hecho fundamental de la Naturaleza es el Cambio. Aun cuando prefiramos emplear «acontecimiento» o «proceso» en lugar de la palabra «suceso», el Cambio requiere tiempo para lle-

³⁵ Émile Borel, *Les paradoxes de l'infini* (2.ª edición, París, 1946), pp. 189-191.

³⁶ David Bohm, *Causality and Chance in Modern Physics*, pp. 121-123. Naturalmente, la crisis consiste en que en las operaciones sobre el papel aparecen infinitas energías.

³⁷ Aristóteles, *Physics*, 231^b 6-10, 234^a 23.

³⁸ P. W. Bridgman, *The Intelligent Individual and Society* (Nueva York, 1938), p. 107.

³⁹ Alfred North Whitehead, *The Concept of Nature* (Cambridge, Ingl., 1930), p. 54.

varse a efecto o para percibirse. Naturaleza en un instante o estado de cambio en un instante son abstracciones altamente imponentes. Para empezar, no hay respuesta alguna a la pregunta «¿qué sucede con la velocidad, en un instante?».

Incluso «hierro en un instante» es ininteligible sin el carácter temporal de un acontecimiento. «La noción de un instante de tiempo, concebido como hecho simple primario, no tiene sentido alguno»⁴⁰. Los hechos fundamentales de la Naturaleza se desvanecen por completo cuando alcanzamos el concepto abstracto de punto del Tiempo. Un instante tiene una estructura aritmomórfica y, por lo tanto, es indiferente a «si existe o no otro instante»⁴¹.

El hecho fundamental de la Naturaleza, ya sea el devenir de Bergson o el acontecimiento de Whitehead, incluye una *duración* con una extensión temporal⁴². Ahora bien, «la duración inmediata no está claramente trazada para nuestra comprensión»; es más bien «una extensión oscilante» entre el evocado pasado y el anticipado futuro. Así, el tiempo en el que comprendemos la Naturaleza no es «una simple serie lineal de instantes sin duración con determinadas propiedades matemáticas de continuidad [aritmética] en serie»⁴³ sino una seriación *sui generis* de duraciones. Estas no tienen una extensión mínima o máxima y, además, no se siguen una a otra externamente sino que cada una entra en las otras gracias a que los acontecimientos «se funden entre sí». Ninguna duración es discretamente diferenciada de su predecesora o sucesora, de igual manera que un acontecimiento no puede aislarse completamente de otros: «un acontecimiento aislado no es un acontecimiento»⁴⁴. Las duraciones se superponen a duraciones y los acontecimientos se superponen a acontecimientos en una peculiar complejidad que Whitehead intentó analizar con relativo éxito a través del concepto de abstracción extensiva y de clases abstractas⁴⁵. Sin embar-

⁴⁰ Alfred North Whitehead, *Modes of Thought* (Nueva York, 1938), pp. 199 y 207 (las cursivas son mías); *An Enquiry Concerning the Principles of Natural Knowledge* (2.ª edición, Cambridge, Ingl., 1925), p. 23. Las mismas ideas se encuentran como leitmotiv en todas las obras filosóficas de Whitehead, aunque están más claramente expresadas en las primeras. Véase su *Enquiry*, pp. 1-8, y su «Time, Space, and Material», *Problems of Science and Philosophy*, Aristotelian Society, Suplem. vol. II, 1919. Véase Erwin Schrödinger, *Science, Theory and Man* (Nueva York, Dover Publications, 1957), p. 62.

⁴¹ Whitehead, *Modes of Thought*, pp. 199 y s.; Whitehead, «Time, Space, and Material», p. 45.

⁴² Bergson, *Time and Free Will*, pp. 98 y ss.; Bergson, *Creative Evolutions*, pp. 1-7; Whitehead, «Time, Space, and Material», pp. 45 y s.; Whitehead, *Enquiry*, cap. ix.

⁴³ Whitehead, *Concept of Nature*, p. 69 y *passim*; Whitehead, «Time, Space, and Material», p. 44; Bergson, *Creative Evolution*, pp. 21 y s. También P. W. Bridgman, *The Nature of Physical Theory* (Princeton, 1936), p. 31.

⁴⁴ Whitehead, *Concept of Nature*, p. 142.

⁴⁵ Whitehead, *Enquiry*, Parte III. En mi opinión, su análisis representa más bien un *simil*, pues en último término sus operaciones de extensiones, intersección, etc. implican una diferenciación discreta, como se evidencia a partir del análisis esquemático que lleva a cabo en las páginas 103 y 105. De acuerdo con la postura de Whitehead, C. D. Broad, *Examination of McTaggart's Philosophy* (2 vols., Cambridge, Ingl., 1933-1938), vol. II, parte I, p. 284, señala con razón que los presentes (es decir, duraciones) engañosos no son colindantes sino que deben solaparse, pues de otro modo lo presente estaría sujeto a «reiterados saltos repentinos». Sin embargo, al igual también que Whitehead, fue incapaz de describir el solapamiento a través de un gráfico libre de «saltos» aritmomórficos (*ibid.*, pp. 285-288).